

## レーダと複数の距離和計測センサによる目標位置推定誤差の解析

小菅 義夫<sup>†,††</sup> 古賀 禎<sup>†</sup> 宮崎 裕己<sup>†</sup> 呂 暁東<sup>†</sup>  
 稲葉 敬之<sup>††</sup>

### An Analysis of Estimated Errors of Target Location Using a Radar and Multiple Sensors with a Range Sum Measurement

Yoshio KOSUGE<sup>†,††</sup>, Tadashi KOGA<sup>†</sup>, Hiromi MIYAZAKI<sup>†</sup>, Xiaodong LU<sup>†</sup>,  
 and Takayuki INABA<sup>††</sup>

あらまし レーダと、それとは異なる位置にある複数の受信局を使用した目標位置推定について述べる。なお、センサ（レーダ、受信局）の設置位置は既知とし、センサ間の観測雑音は無相関とは限らないとする。レーダは目標の距離、仰角及び方位角を観測するとする。受信局は、レーダと目標間の距離と、受信局と目標間の距離の和を観測するとする。最低3個の受信局があれば、この距離和のみより三次元の位置が推定できる。ただし、この方式では、推定が不可能となる目標と受信局の位置関係がある。本論文では、レーダ観測値と1個以上の距離和を1個のベクトルに統合した結果からの目標位置推定を同時法と呼ぶ。また、3個以上の距離和からの目標位置推定を距離和単独法と呼ぶ。更に、レーダ観測値と距離和単独法推定値からの目標位置推定を融合法と呼ぶ。同時法の推定精度は、レーダ観測位置、距離和単独法の推定位置、及び融合法の推定位置以上であることが分かった。また、レーダ及び複数の受信局の観測雑音が互いに無相関の場合、レーダ観測値と1個の距離和から目標位置を推定し、つぎに推定結果と別の距離和から目標位置を繰り返し再推定できる（逐次法と呼ぶ）ことも示した。

キーワード レーダ、TSOA、誤差解析、距離和、マルチスタティックレーダ、データ融合

### 1. ま え が き

レーダと、それとは異なる位置にある複数の受信局を使用した三次元の目標位置推定について述べる。レーダは目標の距離、仰角及び方位角を観測するとする。レーダと異なる位置にある受信局は、距離和を観測するとする[1]~[6]。ここで、距離和は、レーダと目標間の距離と、受信局と目標間との距離の和である。

ところで、レーダは測角精度の影響で、特に遠距離目標ではレーダと目標を結ぶ直線と直交する方向の精度が悪いとの欠点がある。これを改善する方法として、レーダと複数の角度観測センサの同時使用が考えられる。

しかし、角度観測には大型アンテナが必要で高コス

トとなる[2]。距離和は、簡易な無指向性アンテナで観測できる。したがって、距離和によりレーダの欠点を改善するのが望ましい。

なお、レーダ及び受信局の設置位置は既知とする。

図1において受信局がレーダからの直接波と目標反射波の両者を受信できる幾何学的位置に配置されていれば、それらの相互相関をとり、レーダで距離、受信局で距離和が観測できる[1],[2]。この場合、観測雑音は表1のType3の性質を有する。

一方、図1において受信局がレーダからの直接波を受信できない場合がある。例えば地上にレーダと受信局が大きく離れて配置されている場合である。この場合でも、レーダと受信局の時刻整合が取れていれば、送信時刻と受信時刻を検出し、距離及び距離和が算出できる[3]~[6]。この場合、送信時刻の検出誤差が全ての距離和に影響するため、観測雑音は表1のType1の性質を有する[3]。なお、レーダのみ相互相関により距離を観測するとすれば、観測雑音は表1のType2の性質を有する。

ところで、Taylor級数推定法を使用すれば、最低3個

<sup>†</sup>電子航法研究所、調布市

Electronic Navigation Research Institute, 7-4-23 Jindajihigashi-machi, Chofu-shi, 182-0012 Japan,

<sup>††</sup>電気通信大学大学院情報理工学研究所、調布市

Graduate School of Information and Engineering, University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182-8585 Japan

DOI:10.14923/transcomj.2019JP3038

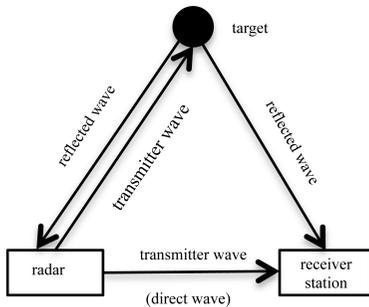


図1 レーダ、受信局、目標の配置  
Fig. 1 Geometry of Radar, Receiver Station and Target.

表1 距離及び距離和観測雑音の性質

Table 1 Characteristics of range and range-sum measurement noises.

観測雑音のタイプ	レーダの距離、受信局 $i(i=1, \dots, n)$ の距離和 $i$ の観測雑音の性質
Type1	距離、距離和 $i(i=1, \dots, n)$ の観測雑音が互いに相関
Type2	距離と距離和の観測雑音が無相関。 距離和 $i(i=1, \dots, n)$ の観測雑音が互いに相関
Type3	距離、距離和 $i(i=1, \dots, n)$ の観測雑音が互いに無相関

の受信局があれば、距離和のみより三次元の位置が推定できる。この方式は、TSOA (Time Sum of Arrival) 測位と呼ばれる [3]~[6]。

なお、Taylor 級数推定法は、目標とセンサ間の距離を同時に複数観測し測位する TOA (Time of Arrival) を使用した GPS (Global Positioning System) 等で使用されている [7]~[11]。この推定法では、非線形の連立方程式を解くため、解の初期値を仮に与え Taylor 展開により線形近似した得た線型モデルに、重み付き最小自乗法を使用し解を算出する [12]。重み付き最小自乗法を使用した Taylor 級数推定法は、推定のための初期値を仮に与え繰り返し演算を行うため演算負荷が重い。ただし、測位のような定数ベクトルの推定には、重み付き最小自乗法は最適性 (linear unbiased minimum variance estimate) を有している。

他の代表的な測位法は直接法である [11]。直接法は、推定のための初期値が不要で演算負荷が軽いため、推定性能よりも低価格を重視するシステムに使用される [11]。

本論文では、Taylor 級数推定法を検討対象とする。

なお、位置推定のための初期値と受信局の位置関係によって、TSOA では位置が推定可能とは限らない [3]。例えば、目標と受信局が同一平面にある場合、三次元

の目標位置推定は不可能である。

また、レーダ観測値と目標位置が推定可能とは限らない距離和とを統合した場合、位置推定精度が必ず向上するかは不明である。

一方、TDOA (Time Difference of Arrival) 測位では、基準局と異なる位置に配置された3カ所以上の受信局で受信した目標からの反射波の受信時刻と、基準局での受信時刻の差より算出した距離差から移動体の位置を推定する [3], [6], [11], [13]。この場合、基準局の受信時刻検出誤差を共通にもつため距離差雑音は互いに相関があるが、距離差とレーダの観測雑音は無相関である [3], [6], [11], [13]。したがって、レーダと距離差を使用した位置推定での観測雑音は表1で Type2 の場合に相当する。

ところで、レーダと距離和計測センサによる目標位置推定誤差に関するに報告はない。一方、レーダと距離差計測センサによる目標位置推定誤差に関する報告はなされている [13]。したがって、この距離差に関する報告の距離和への流用が考えられる。しかし、この流用では、表1の Type1 の観測雑音には対応できない。

本論文では、センサ (レーダ、受信局) 間の観測雑音は無相関とは限らないとして、レーダ観測値と1個以上の距離和を1個のベクトルに統合した結果からの目標位置推定値 (同時法) を、3個以上の距離和からの目標位置推定値 (距離和単独法) 並びにレーダ観測値と距離和単独法の位置推定値との融合結果 (融合法) と比較する。なお、同時法は、推定のための初期値としてレーダ観測値を使用する。更に、センサ (レーダ、受信局) 間の観測雑音が無相関の場合、レーダ観測値と1個の距離和から目標位置を推定し、つぎに推定結果と別の距離和から目標位置を繰り返し再推定 (逐次法) できることも示す。更に、同時法と逐次法による目標位置推定結果を比較する。

## 2. 座標系と観測値の線形モデル

### 2.1 北基準直交座標と極座標

レーダを原点、東を  $x$  軸の正、北を  $y$  軸の正、水平面 ( $x$ - $y$  面) に垂直で上方を  $z$  軸の正に取った直交座標 (Cartesian coordinates) を「北基準直交座標」と呼ぶ。

また、レーダより目標までの距離を  $R$  (Range)、水平面より目標までの仰角を  $E$  (Elevation)、水平面内で北方向より目標までの方位角を  $B_y$  (Bearing) とした座標を「極座標」と呼ぶ。

ここで、 $\underline{a}^T$  はベクトル  $a$  の転置ベクトルを表すと

して、北基準直交座標での目標位置ベクトル  $\underline{L}$  を次式で表す ( $L$  は Location の略).

$$\underline{L} = (x, y, z)^T \quad (1)$$

## 2.2 距離和及びレーダ観測位置のモデル

レーダの位置ベクトルを  $\underline{B}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$  とすれば、座標の定義より次式を得る ( $B$  は Base の略).

$$\underline{B}_0 = (0, 0, 0)^T \quad (2)$$

レーダとは異なる位置にある  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 番目の受信局の位置ベクトルを次式で表す. なお, センサ (レーダ, 受信局) の位置は互いに異なるとする.

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \quad (3)$$

すると,  $i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) 番目のセンサ (レーダ, 受信局) と目標の距離の真値  $R_i$  は次式となる.

$$R_i = f_i(\underline{L}) \quad (4)$$

ここで, 次式を定義する.

$$f_i(\underline{L}) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (5)$$

レーダと目標間の距離と,  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 番目の受信局と目標間の距離和の観測値  $r_{io}$  は, 式 (4) より次式となる ( $O$  は Observation の略).

$$r_{io} = R_0 + R_i + v_i \quad (6)$$

ここで,  $v_i$  はランダムな距離和の観測誤差である. 次式 (8) に全微分の公式を使用し次の性質を得る [3]. (性質 1) 目標位置推定のための初期値を  $\underline{L}^0 = (x^0, y^0, z^0)^T$  とすると, 次式を得る.

$$\Delta r_{io} \approx [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)](\underline{L} - \underline{L}^0) + v_i \quad (7)$$

ここで, 次式を定義する.

$$\Delta r_{io} = r_{io} - [f_i(\underline{L}^0) + f_0(\underline{L}^0)] \quad (8)$$

$$\underline{\omega}(i) = (\underline{L}^0 - \underline{B}_i)^T / f_i(\underline{L}^0) \quad (9)$$

一方, 北基準直交座標でのレーダ観測位置ベクトル  $\underline{z}_l$  は, 式 (1) より次式となる.

$$\underline{z}_l = \underline{L} + \underline{v}_l \quad (10)$$

ここで,  $\underline{v}_l$  は次式の北基準直交座標によるランダム

な目標位置のレーダ観測雑音ベクトルである.

$$\underline{v}_l = (v_x, v_y, v_z)^T \quad (11)$$

なお,  $E[\ ]$  は平均,  $\underline{0}$  は零ベクトルを表すとして次式を仮定する.

$$E[\underline{v}_l] = \underline{0} \quad (12)$$

## 2.3 距離和ベクトルの観測モデル

式 (8) を使用して次式を定義する ( $RS$  は Range Sum の略).

$$\underline{z}_{RSi} = \Delta r_{io} + [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]\underline{L}^0 \quad (13)$$

式 (8) より  $\Delta r_{io}$  は観測値  $r_{io}$  と初期値  $\underline{L}^0$  によって算出される. したがって, 式 (9) より式 (13) も観測値  $r_{io}$  と初期値  $\underline{L}^0$  によって算出され未知数  $\underline{L}$  には依存しない.

式 (13) 及び (7) より次式を得る.

$$\underline{z}_{RSi} = [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]\underline{L} + v_i \quad (14)$$

式 (14) より  $n$  個の受信局から次式の観測モデルを得る.

$$\underline{z}_{RS} = A_{RS}\underline{L} + \underline{v}_{RS} \quad (15)$$

ここで, 次式を定義する.

$$\underline{z}_{RS} = (z_{RS1}, \dots, z_{RSn})^T \quad (16)$$

$$A_{RS} = \left( [\underline{\omega}(1) + \underline{\omega}(0)]^T \quad \dots \quad [\underline{\omega}(n) + \underline{\omega}(0)]^T \right)^T \quad (17)$$

$$\underline{v}_{RS} = (v_1, \dots, v_n)^T \quad (18)$$

なお, 次式を仮定する.

$$E[\underline{v}_{RS}] = \underline{0} \quad (19)$$

## 2.4 レーダと距離和の統合観測モデル

式 (10) 及び (15) よりレーダ観測値と  $n$  個の距離和観測値から次式を得る.

$$\underline{b} = F\underline{L} + \underline{w} \quad (20)$$

ここで,  $I_n$  は  $n \times n$  の単位行列を表すとして次式を定義する.

$$\underline{b} = \left( \underline{z}_l^T \quad \underline{z}_{RS}^T \right)^T \quad (21)$$

$$F = (I_3 \quad A_{RS}^T)^T \quad (22)$$

$$\underline{w} = (\underline{v}_I^T \quad \underline{v}_{RS}^T)^T \quad (23)$$

また、式 (23) に式 (12) 及び (19) を使用して次式を得る。

$$E[\underline{w}] = \underline{0} \quad (24)$$

更に、次式を定義する。

$$W = E[\underline{w} \underline{w}^T] = \begin{pmatrix} V_I & V_{I,RS} \\ V_{I,RS}^T & V_{RS} \end{pmatrix} \quad (25)$$

ここで、式 (23) より次式を得る。

$$V_I = E[\underline{v}_I \underline{v}_I^T] \quad (26)$$

$$V_{I,RS} = E[\underline{v}_I \underline{v}_{RS}^T] \quad (27)$$

$$V_{RS} = E[\underline{v}_{RS} \underline{v}_{RS}^T] \quad (28)$$

なお、 $D > 0$  は行列が正値対称行列（固有値が全て正と等価）、 $D \geq 0$  は行列が半正値対称行列（固有値が全て非負と等価）を表すとして次式を仮定する。

$$W > 0 \quad (29)$$

なお、式 (29) 及び (25) より次式を得る。

$$V_I > 0 \quad (30)$$

$$V_{RS} > 0 \quad (31)$$

### 3. 従来法による位置推定

#### 3.1 距離と単独法 (unassisted range sum method)

次の性質は、レーダ観測値を使用せずに  $n$  個の距離と観測値のみを使用した (図 2 参照)、重み付き最小自乗法 [14], [15] による目標位置算出法を示す [3]。なお、次式 (33) による位置推定法を距離和単独法 (unassisted range sum method) 法と呼ぶことにする。

(性質 2) 式 (15) 及び (31) より次式を最小とする  $\hat{\underline{L}}_{RS}$  を算出する。

$$J = (\underline{z}_{RS} - A_{RS} \hat{\underline{L}}_{RS})^T V_{RS}^{-1} (\underline{z}_{RS} - A_{RS} \hat{\underline{L}}_{RS}) \quad (32)$$

解は  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}$  が正則行列ならば次式である。

$$\hat{\underline{L}}_{RS} = (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \underline{z}_{RS} \quad (33)$$

なお、距離和単独法では最低 3 個の距離和観測値が必要である [3]。

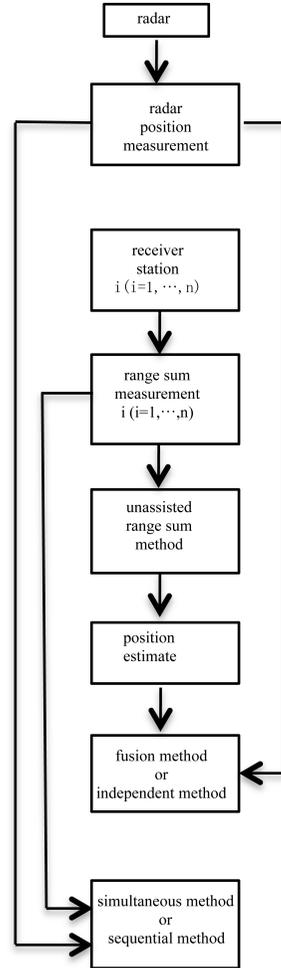


図 2 レーダ観測値と距離和観測値の処理手順  
Fig. 2 Procedure for Processing Radar Measurement and Range Sum Measurements.

次の性質は、距離和単独法で算出した目標位置が不偏推定量であることを示すと同時に、その推定誤差共分散行列を示す [14], [15]。

(性質 3) 式 (33) による推定値は次の性質を有する。

$$E[\hat{\underline{L}}_{RS}] = \underline{L} \quad (34)$$

$$E[(\hat{\underline{L}}_{RS} - \underline{L})(\hat{\underline{L}}_{RS} - \underline{L})^T] = (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} \quad (35)$$

#### 3.2 独立法 (independent method)

次の性質は、レーダ観測値と距離和単独法の位置推定値を使用した (図 2 参照)、重み付き最小自乗法 [14], [15] による目標位置算出法を示す [3]。ただし、

レーダと距離和の観測雑音は無相関と仮定している。なお、次式 (38) による位置推定法を独立法 (independent method) 法と呼ぶことにする。

ここで、レーダと距離和の観測雑音が無相関は、式 (27) が次式の場合である。

$$V_{l,RS} = O_{3,n} \quad (36)$$

(性質 4) 式 (36) が成立するとして、式 (10), (30) 及び (33)~(35) より次式を最小とする  $\hat{L}_{IRS}$  を算出する。

$$J = (\underline{z}_l - \hat{L}_{IRS})^T V_l^{-1} (\underline{z}_l - \hat{L}_{IRS}) + (\hat{L}_{RS} - \hat{L}_{IRS})^T (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}) (\hat{L}_{RS} - \hat{L}_{IRS}) \quad (37)$$

解は  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}$  が正則行列ならば次式である。

$$\hat{L}_{IRS} = [V_l^{-1} + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}]^{-1} [V_l^{-1} \underline{z}_l + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \hat{L}_{RS}] \quad (38)$$

なお、レーダと距離和の観測雑音は無相関のため、TDOA でも性質 4 相当の結果が得られている [13]。

次の性質は、重み付き最小自乗法により算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに、その推定誤差共分散行列を示す [14], [15]。

(性質 5) 式 (36) が成立すれば、式 (38) による推定値は次の性質を有する。

$$E[\hat{L}_{IRS}] = \underline{L} \quad (39)$$

$$E[(\hat{L}_{IRS} - \underline{L})(\hat{L}_{IRS} - \underline{L})^T] = [V_l^{-1} + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}]^{-1} \quad (40)$$

## 4. 提案法による位置推定

### 4.1 同時法 (simultaneous method)

次の性質は、レーダ観測値と n 個の距離和観測値を使用した (図 2 参照)、重み付き最小自乗法 [14], [15] による目標位置算出法を示す [3]。なお、次式 (42) による位置推定法を同時法 (simultaneous method) 法と呼ぶことにする。

(性質 6) 式 (20) 及び (29) より次式を最小とする  $\hat{L}$  を算出する。

$$J = (\underline{b} - F\hat{L})^T W^{-1} (\underline{b} - F\hat{L}) \quad (41)$$

解は  $F^T W^{-1} F$  が正則行列ならば次式である。

$$\hat{L} = (F^T W^{-1} F)^{-1} F^T W^{-1} \underline{b} \quad (42)$$

なお、同時法では、最低 1 個の距離和観測値が使用できればよい。

次の性質は、同時法で算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに、その推定誤差共分散行列を示す [14], [15]。

(性質 7) 式 (42) による推定値は次の性質を有する。

$$E[\hat{L}] = \underline{L} \quad (43)$$

$$E[(\hat{L} - \underline{L})(\hat{L} - \underline{L})^T] = (F^T W^{-1} F)^{-1} \quad (44)$$

次の性質及び性質 6 は、式 (29) が成立すれば、同時法により位置推定が可能であることを示す。

(性質 8) 式 (29) が成立すれば次式が成立する。

$$F^T W^{-1} F > 0 \quad (45)$$

(証明) 式 (29) より次式を得る。

$$W^{-1} > 0 \quad (46)$$

式 (46) より付録の性質 A・6 を使用して次式を得る。

$$F^T W^{-1} F \geq 0 \quad (47)$$

ここで、次式が成立するとする。

$$(F^T W^{-1} F \underline{a}, \underline{a}) = 0 \quad (48)$$

式 (48) より次式を得る。

$$(W^{-1} F \underline{a}, F \underline{a}) = 0 \quad (49)$$

式 (49) に式 (46) を使用して次式を得る。

$$F \underline{a} = \underline{0} \quad (50)$$

式 (50) に式 (22) を使用して次式を得る。

$$\underline{a} = \underline{0} \quad (51)$$

すなわち、式 (48) が成立すれば式 (51) が成立する。したがって、式 (47) より付録の性質 A・1 及び A・2 を使用して結論を得る。(証明終)

### 4.2 融合法 (fusion method)

ここでは、独立法とは異なりレーダと距離和の観測雑音に相関があるときでも推定誤差共分散行列が正しく算出される、レーダ観測値と距離和単独法の推定値からの位置推定法を提案する。

式 (33) 及び (15) より次式を得る.

$$\hat{\underline{L}}_{RS} = \underline{L} + W_{RS} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \underline{v}_{RS} \quad (52)$$

ここで、次式を定義する.

$$W_{RS} = (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} \quad (53)$$

式 (10) 及び (52) よりレーダ観測値と距離和単独法による推定値から次式を得る.

$$\underline{b}_f = F_f \underline{L} + \underline{w}_f \quad (54)$$

ここで、次式を定義する.

$$\underline{b}_f = \begin{pmatrix} \underline{z}_l^T & \hat{\underline{L}}_{RS}^T \end{pmatrix}^T \quad (55)$$

$$F_f = \begin{pmatrix} I_3 & I_3 \end{pmatrix}^T \quad (56)$$

$$\underline{w}_f = \begin{pmatrix} \underline{v}_l \\ W_{RS} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \underline{v}_{RS} \end{pmatrix} \quad (57)$$

式 (57) に式 (12) 及び (19) を使用して次式を得る.

$$E[\underline{w}_f] = \underline{0} \quad (58)$$

更に、次式を定義する.

$$W_f = E[\underline{w}_f \underline{w}_f^T] \quad (59)$$

式 (59) に式 (57), (26)~(28) 及び (53) を使用して次式を得る.

$$W_f = \begin{pmatrix} V_l & V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} W_{RS} \\ W_{RS} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} V_{l,RS}^T & W_{RS} \end{pmatrix} \quad (60)$$

次の性質は、レーダと距離和の観測雑音に相関があるときでも、レーダ観測値と距離和単独法の位置推定値を使用して (図 2 参照), 重み付き最小自乗法 [14], [15] により目標位置が算出できることを示す. なお、次式 (62) による位置推定法を融合法 (fusion method) 法と呼ぶことにする.

(性質 9) 式 (54) 及び (59) より次式を最小とする  $\hat{\underline{L}}_f$  を算出する.

$$J = (\underline{b}_f - F_f \hat{\underline{L}}_f)^T W_f^{-1} (\underline{b}_f - F_f \hat{\underline{L}}_f) \quad (61)$$

解は  $F_f^T W_f^{-1} F_f$  が正則行列ならば次式である.

$$\hat{\underline{L}}_f = (F_f^T W_f^{-1} F_f)^{-1} F_f^T W_f^{-1} \underline{b}_f \quad (62)$$

次の性質は、融合法で算出した目標位置が不偏推定値であることを示すとともに、その推定誤差共分散行列を示す [14], [15].

(性質 10) 式 (62) による推定値は次の性質を有する.

$$E[\hat{\underline{L}}_f] = \underline{L} \quad (63)$$

$$E[(\hat{\underline{L}}_f - \underline{L})(\hat{\underline{L}}_f - \underline{L})^T] = (F_f^T W_f^{-1} F_f)^{-1} \quad (64)$$

ここで、次式を仮定する.

$$W_f > 0 \quad (65)$$

次の性質及び性質 9 は、式 (65) が成立すれば融合法により位置推定が可能なることを示す. なお、証明は性質 8 と同様にして得られる.

(性質 11) 式 (65) が成立すれば次式が成立する.

$$F_f^T W_f^{-1} F_f > 0 \quad (66)$$

### 4.3 逐次法 (sequential method)

ここでは、レーダ及び受信局間で観測雑音は互いに無相関として式 (36) 及び次式が成立するとした場合の位置推定法を提案する.

$$V_{RS} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2\} \quad (67)$$

なお、 $\text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$  は対角成分を  $a_1, \dots, a_n$  とする対角行列とする.

次の性質は、レーダ及び受信局間で観測雑音は互いに無相関の場合の、レーダ観測値と距離和観測値を使用した (図 2 参照), 重み付き最小自乗法 [14], [15] による目標位置算出方法を示す. なお、次式 (69)~(71) による逐次処理による位置推定法を逐次法 (sequential method) 法と呼ぶことにする.

(性質 12) 式 (67) 及び (36) が成立するとする. また、 $\underline{z}_l$  と  $z_{RSk}$  ( $k = 1, \dots, i-1$ ) による位置推定値を  $\hat{\underline{L}}_{i-1}$ , その推定誤差共分散行列を  $P_{i-1}$  とする.  $\hat{\underline{L}}_{i-1}$  と  $z_{RSi}$  より式 (14) を使用して次式を最小とする  $\hat{\underline{L}}_i$  を算出する.

$$J = (\hat{\underline{L}}_{i-1} - \hat{\underline{L}}_i)^T P_{i-1}^{-1} (\hat{\underline{L}}_{i-1} - \hat{\underline{L}}_i) + (z_{RSi} - [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \hat{\underline{L}}_i)^T \frac{1}{\sigma_i^2} (z_{RSi} - [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \hat{\underline{L}}_i) \quad (68)$$

解は  $P_{i-1}$  が正則行列ならば次式である.

$$\hat{\underline{L}}_i = \left\{ P_{i-1}^{-1} + \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \right\}^{-1}$$

$$\times \left\{ P_{i-1}^{-1} \hat{\underline{L}}_{i-1} + \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T z_{RSi} \right\}^{-1} \quad (69)$$

なお、初期値はレーダ観測値として次式とする。

$$\hat{\underline{L}}_0 = \underline{z}_l \quad (70)$$

$$P_0 = V_l \quad (71)$$

なお、逐次法では初期値を式 (70) 及び (71) として  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) の順に推定値を算出する。

式 (70) に式 (10) 及び (12) を使用して次式を得る。

$$E[\hat{\underline{L}}_0] = \underline{L} \quad (72)$$

次の性質は、逐次法で算出した目標位置が不偏推定量であることを示すととも、その推定誤差共分散行列を示す [14], [15].

(性質 13) 式 (69) による推定値は式 (72) より次の性質を有する。

$$E[\hat{\underline{L}}_i] = \underline{L} \quad (73)$$

$$P_i = E\left[(\hat{\underline{L}}_i - \underline{L})(\hat{\underline{L}}_i - \underline{L})^T\right] \\ = \left\{ P_{i-1}^{-1} + \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \right\}^{-1} \quad (74)$$

次の性質及び性質 12 は、センサ（レーダ、受信局）間で観測雑音が無相関ならば逐次法により位置推定が可能であることを示す。

(性質 14) 式 (67) 及び (36) が成立すれば次式が成立する。

$$P_i > 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (75)$$

(証明) 式 (71) 及び (30) より次式を得る。

$$P_0 > 0 \quad (76)$$

式 (74) に式 (76) を使用して式 (75) を得る。(証明終)

## 5. 性能比較

### 5.1 同時法とレーダ観測値

次の性質は、式 (44) 及び (26) より同時法の位置推定精度はレーダ観測値以上であることを示す。更に、距離和単独法で解があり、レーダと距離和を観測する受信局の観測雑音が無相関の場合、同時法の位置推定精度はレーダ観測値を上回ることを示す。

(性質 15) 式 (29) が成立すれば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} \leq V_l \quad (77)$$

更に、 $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  及び式 (36) が成立すれば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} < V_l \quad (78)$$

(証明) 式 (25) より付録の定理 1 を使用して次式を得る。

$$W^{-1} = \begin{pmatrix} V_l^{-1} + V_l^{-1} V_{l,RS} P^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} & -V_l^{-1} V_{l,RS} P^{-1} \\ -P^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} & P^{-1} \end{pmatrix} \quad (79)$$

ここで、次式を定義する。

$$P = V_{RS} - V_{l,RS}^T V_l^{-1} V_{l,RS} > 0 \quad (80)$$

式 (22) 及び (79) より次式を得る

$$F^T W^{-1} F = V_l^{-1} + V_l^{-1} V_{l,RS} P^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} \\ - A_{RS}^T P^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} - V_l^{-1} V_{l,RS} P^{-1} A_{RS} \\ + A_{RS}^T P^{-1} A_{RS} \quad (81)$$

式 (81) より次式を得る。

$$F^T W^{-1} F = \\ V_l^{-1} + (V_{l,RS}^T V_l^{-1} - A_{RS})^T P^{-1} (V_{l,RS}^T V_l^{-1} - A_{RS}) \quad (82)$$

式 (82) の右辺の第 2 項に式 (80) 及び付録の性質 A・6 を使用して次式を得る。

$$F^T W^{-1} F \geq V_l^{-1} \quad (83)$$

式 (83) に付録の性質 A・4 を使用して式 (77) を得る。

一方、式 (36) が成立すれば式 (81) 及び (80) より次式を得る。

$$F^T W^{-1} F = V_l^{-1} + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \quad (84)$$

式 (84) より  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  の仮定を使用して次式を得る。

$$F^T W^{-1} F > V_l^{-1} \quad (85)$$

式 (85) より付録の性質 A・5 を使用して式 (78) を得る。

(証明終)

### 5.2 同時法と距離和単独法

次の性質は、式 (44) 及び (35) より同時法の位置推

定精度は距離和単独法以上であることを示す。更に、レーダと距離和を観測する受信局の観測雑音が無相関の場合、同時法の位置推定精度は距離和単独法を上回ることを示す。

(性質 16)  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  で式 (29) が成立すれば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} \leq (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} \quad (86)$$

更に、式 (36) が成立すれば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} < (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} \quad (87)$$

(証明) 式 (29) の仮定より、式 (25) に付録の式 (A.5) を使用して次式を得る。

$$\begin{pmatrix} O_{3,3} & O_{3,n} \\ O_{n,3} & V_{RS}^{-1} \end{pmatrix} \leq W^{-1} \quad (88)$$

式 (22) 及び (88) より付録の性質 A.6 を使用して次式を得る。

$$A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \leq F^T W^{-1} F \quad (89)$$

式 (89) より  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  の仮定及び付録の性質 A.4 を使用して式 (86) を得る。

式 (36) が成立すれば式 (84) 及び (30) より次式を得る。

$$F^T W^{-1} F > A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \quad (90)$$

式 (90) より  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  の仮定及び付録の性質 A.5 を使用して式 (87) を得る。(証明終)

### 5.3 同時法と融合法

次の性質は、式 (44) 及び (64) よりレーダと距離和を観測する受信局の観測雑音に相関があっても同時法の位置推定精度は融合法以上と結論できることを示す。なお、受信局が 3 個の場合、両者の推定精度は同一である。また、レーダと距離和を観測する受信局の観測雑音が無相関ならば、両者の位置推定精度、更に位置推定結果も同一である。

(性質 17) 式 (29), (65) 及び  $A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} > 0$  が成立すれば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} \leq (F_f^T W_f^{-1} F_f)^{-1} \quad (91)$$

なお、受信局が 3 個で  $A_{RS}$  が正則ならば次式が成立する。

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} = (F_f^T W_f^{-1} F_f)^{-1} \quad (92)$$

一方、(36) が成立すれば式 (92) 及び次式が成立する。

$$\hat{\underline{L}} = \hat{\underline{L}}_f \quad (93)$$

(証明) 式 (60) に付録の定理 1 を使用して次式を得る。

$$W_f^{-1} = \begin{pmatrix} V_l^{-1} + S Q^{-1} S^T & -S Q^{-1} \\ -Q^{-1} S^T & Q^{-1} \end{pmatrix} \quad (94)$$

ここで、次式を定義する。

$$Q = W_{RS} - W_{RS} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} W_{RS} > 0 \quad (95)$$

$$S = V_l^{-1} V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} W_{RS} \quad (96)$$

式 (56) 及び (94) より次式を得る。

$$F_f^T W_f^{-1} F_f = V_l^{-1} + S Q^{-1} S^T - S Q^{-1} - Q^{-1} S^T + Q^{-1} \quad (97)$$

式 (53) 及び (80) より次式を得る。

$$W_{RS}^{-1} - A_{RS}^T V_{RS}^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} = U \quad (98)$$

ここで、次式を定義する。

$$U = A_{RS}^T V_{RS}^{-1} P V_{RS}^{-1} A_{RS} \quad (99)$$

式 (95) 及び (98) より次式を得る。

$$Q = W_{RS} U W_{RS} \quad (100)$$

式 (96) 及び (100) より次式を得る。

$$S Q^{-1} = V_l^{-1} V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} U^{-1} W_{RS}^{-1} \quad (101)$$

$$S Q^{-1} S^T = V_l^{-1} V_{l,RS} V_{RS}^{-1} A_{RS} U^{-1} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} V_{l,RS}^T V_l^{-1} \quad (102)$$

式 (100) 及び (101) に式 (53) を使用して次式を得る。

$$Q^{-1} = A_{RS}^T X A_{RS} \quad (103)$$

$$S Q^{-1} = V_l^{-1} V_{l,RS} X A_{RS} \quad (104)$$

ここで、次式を定義する。

$$X = V_{RS}^{-1} A_{RS} U^{-1} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \quad (105)$$

式 (102) に式 (105) を使用して次式を得る。

$$SQ^{-1}S^T = V_l^{-1}V_{l,RS}XV_{l,RS}^T V_l^{-1} \quad (106)$$

式 (97) に式 (106), (104) 及び (103) を使用して次式を得る.

$$\begin{aligned} F_f^T W_f^{-1} F_f &= V_l^{-1} + V_l^{-1}V_{l,RS}XV_{l,RS}^T V_l^{-1} \\ &- V_l^{-1}V_{l,RS}X A_{RS} - A_{RS}^T X V_{l,RS}^T V_l^{-1} + A_{RS}^T X A_{RS} \end{aligned} \quad (107)$$

式 (107) より次式を得る.

$$\begin{aligned} F_f^T W_f^{-1} F_f &= \\ V_l^{-1} &+ (V_{l,RS}^T V_l^{-1} - A_{RS})^T X (V_{l,RS}^T V_l^{-1} - A_{RS}) \end{aligned} \quad (108)$$

式 (105) に式 (99) を使用して次式を得る.

$$X = V_{RS}^{-1} A_{RS} (A_{RS}^T V_{RS}^{-1} P V_{RS}^{-1} A_{RS})^{-1} A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \quad (109)$$

式 (109) に付録の定理 2 を使用して次式を得る.

$$X \leq P^{-1} \quad (110)$$

式 (82) 及び (108) に式 (110) 及び付録の性質 A・6 を使用して次式を得る.

$$F_f^T W_f^{-1} F_f \leq F^T W^{-1} F \quad (111)$$

式 (111) より式 (66) 及び付録の性質 A・4 を使用して式 (91) を得る.

$A_{RS}$  が正則ならば式 (109) より次式を得る.

$$X = P^{-1} \quad (112)$$

式 (82) 及び (108) に式 (112) を使用して式 (92) を得る.

一方, (36) が成立すれば式 (25) 及び (60) より次式を得る.

$$W^{-1} = \begin{pmatrix} V_l^{-1} & O_{3,n} \\ O_{n,3} & V_{RS}^{-1} \end{pmatrix} \quad (113)$$

$$W_f^{-1} = \begin{pmatrix} V_l^{-1} & O_{3,3} \\ O_{3,3} & W_{RS}^{-1} \end{pmatrix} \quad (114)$$

式 (22) 及び (113) より次式を得る.

$$F^T W^{-1} = (V_l^{-1} \quad A_{RS}^T V_{RS}^{-1}) \quad (115)$$

$$F^T W^{-1} F = V_l^{-1} + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \quad (116)$$

式 (56) 及び (114) より式 (53) を使用して次式を得る.

$$F_f^T W_f^{-1} = (V_l^{-1} \quad A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS}) \quad (117)$$

$$F_f^T W_f^{-1} F_f = V_l^{-1} + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \quad (118)$$

式 (116) 及び (118) より式 (92) を得る.

式 (115) 及び (21) より次式を得る.

$$F^T W^{-1} \underline{b} = V_l^{-1} \underline{z}_l + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \underline{z}_{RS} \quad (119)$$

式 (117) 及び (55) より次式を得る.

$$F_f^T W_f^{-1} \underline{b}_f = V_l^{-1} \underline{z}_l + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} \hat{\underline{L}}_{RS} \quad (120)$$

式 (120) 及び (33) より次式を得る.

$$F_f^T W_f^{-1} \underline{b}_f = V_l^{-1} \underline{z}_l + A_{RS}^T V_{RS}^{-1} \underline{z}_{RS} \quad (121)$$

式 (42) 及び (62) に式 (92), (119) 及び (121) を使用して式 (93) を得る. (証明終)

なお, 式 (36) が成立すれば, 式 (118) より, 式 (64) と式 (40) は同一となる. また, 式 (36) が成立すれば, 式 (118) 及び (121) より, 式 (62) と式 (38) は同一となる. したがって, レーダと距離和の観測雑音が無相関ならば, 融合法は独立法と一致する. 更に, この場合, 性質 17 より融合法は同時法と一致するので, 独立法は同時法とも一致する. すなわち, 同時法及び融合法は, 独立法をレーダと距離和の観測雑音に相関がある場合にも適用できるように改善した結果である.

#### 5.4 同時法と逐次法

次の性質は, 式 (44) 及び (74) よりセンサ (レーダ, 受信局) 間の観測雑音が無相関ならば  $n$  個の距離和の観測値を使用した場合の同時法及び逐次法の位置推定精度は同一であることを示す. 更に, 両者の位置推定結果も同一であることを示す.

(性質 18) 式 (67) 及び (36) が成立すれば次式が成立する.

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} = P_n \quad (122)$$

$$\hat{\underline{L}} = \hat{\underline{L}}_n \quad (123)$$

(証明) 式 (74) 及び (71) より次式を得る.

$$P_n^{-1} = V_l^{-1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \quad (124)$$

一方、式 (17) 及び (67) より次式を得る.

$$A_{RS}^T V_{RS}^{-1} A_{RS} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)] \quad (125)$$

式 (116) に (125) を使用すれば式 (124) より式 (122) を得る.

式 (74) 及び (69) より式 (71) 及び (70) を使用して次式を得る.

$$P_n^{-1} \hat{\underline{L}}_n = V_l^{-1} \underline{z}_l + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T z_{RSi} \quad (126)$$

式 (17), (67) 及び (16) より, 次式を得る.

$$A_{RS} V_{RS}^{-1} \underline{z}_{RS} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} [\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)]^T z_{RSi} \quad (127)$$

式 (119) に (127) を使用すれば式 (126) より次式を得る.

$$F^T W^{-1} \underline{b} = P_n^{-1} \hat{\underline{L}}_n \quad (128)$$

式 (42) 及び (128) に式 (122) を使用して式 (123) を得る. (証明終)

## 6. 数 値 例

ここでは, 幾何学的意味のわかりやすい二次元平面の例について述べる. 次は受信局が一つで同時法の位置推定精度がレーダ観測値を上回る例である.

(例 1) レーダから目標までの距離を  $R > 0$  とする. レーダの位置ベクトルを  $\underline{B}_0 = (0, 0)^T$ , 受信局の位置ベクトルを  $\underline{B}_1 = (x_1, R)^T$  ( $0 < x_1$ ), 目標の位置ベクトル及び推定のための初期値を  $\underline{L} = \underline{L}^0 = (0, R)^T$  とする. また, 式 (26) の北基準直交座標のレーダ観測雑音共分散行列を次式で定義する [16].

$$V_l = \text{diag}\{R^2 \sigma_{By}^2, \sigma_R^2\} \quad (129)$$

なお,  $\sigma_{By}^2$  は方位角,  $\sigma_R^2$  は距離の観測雑音の分散である.

また, 式 (28) の距離和の観測雑音の分散を次式で定義する.

$$V_{RS} = \sigma^2 \quad (\sigma > 0) \quad (130)$$

式 (9) は次式に対応する.

$$\underline{\omega}(0) = (0 \quad 1), \underline{\omega}(1) = (-1 \quad 0) \quad (131)$$

式 (17) は式 (131) より次式に対応する.

$$A_{RS} = (-1 \quad 1) \quad (132)$$

式 (22) は式 (132) より次式に対応する.

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (133)$$

式 (25) はレーダと受信局の観測雑音が無相関と仮定して式 (129) 及び (130) より次式に対応する.

$$W = \text{diag}\{R^2 \sigma_{By}^2, \sigma_R^2, \sigma^2\} \quad (134)$$

式 (133) 及び (134) より次式を得る.

$$(F^T W^{-1} F)^{-1} = \frac{1}{\sigma^2 + R^2 \sigma_{By}^2 + \sigma_R^2} \times \begin{pmatrix} R^2 \sigma_{By}^2 [\sigma^2 + \sigma_R^2] & R^2 \sigma_{By}^2 \sigma_R^2 \\ R^2 \sigma_{By}^2 \sigma_R^2 & \sigma_R^2 [\sigma^2 + R^2 \sigma_{By}^2] \end{pmatrix} \quad (135)$$

式 (135) 及び (129) より同時法の推定誤差の分散は  $x, y$  成分ともレーダより小さいことが分かる.

受信局の距離和及びレーダ距離の観測雑音の分散が極めて小さい ( $\sigma^2 \rightarrow 0$  及び  $\sigma_R^2 \rightarrow 0$ ) とき, 式 (135) は同時法の推定誤差の分散は  $x, y$  成分とも極めて小さくなることを示す. すなわち, 距離和及びレーダの距離観測精度が極めて良い場合, レーダの  $x$  成分の観測誤差の分散  $R^2 \sigma_{By}^2$  が大きくても目標位置の  $x, y$  成分とも同時法で精度良く推定可能である.

なお,  $\sigma_{By}$  が 2mrad (約 0.1 度),  $\sigma_R$  と  $\sigma$  が 10m の場合のレーダ観測誤差と同時法の推定誤差の標準偏差を表 2 に示す. 表 2 は, 特に遠距離目標で, 1 個の距離和観測値の使用により, レーダと目標を結ぶ直線と直交する方向 ( $x$  方向) の精度が大きく改善されることを示す.

表 2 誤差の比較  
Table 2 Comparison of errors.

目標距離	レーダ観測誤差		同時法推定誤差	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
R				
10km	20m	10m	11.55m	9.13m
50km	100m	10m	14.00m	9.95m
100km	200m	10m	14.11m	9.99m
200km	400m	10m	14.13m	10.00m

## 7. 考 察

### 7.1 推定方法の比較

表3において、○は推定誤差共分散が正しく算出される場合を示す。×は推定誤差共分散が正しく算出されない場合を示す。なお、Type1～3は表1で定義した観測雑音の性質である。したがって、表3は、距離及び距離和の観測値を使用した推定法で最も汎用性がある（Type1に対処可能）のは同時法と融合法であることを示す。

また、距離和単独法で位置推定が可能となる必要十分条件は行列  $A_{RS}$  の階数が3である [3]。したがって、距離和単独法では受信局が最低3個必要である。また、表3が示すように、距離和単独法の推定結果を使用する融合法及び独立法も受信局が最低3個必要である。一方、距離和単独法の推定結果を使用しない同時法及び逐次法は距離和観測値が1個でも推定でき有利である。ただし、逐次法は観測雑音がType1及び2のときは推定誤差共分散が正しく算出されない。

表3 推定方法の比較  
Table 3 Comparison of estimation method.

推定法	距離及び距離和観測雑音の性質			所要受信局数
	Type1	Type2	Type3	
同時法	○	○	○	1
融合法	○	○	○	3
独立法	×	○	○	3
逐次法	×	×	○	1
距離和単独法	○	○	○	3

表4 推定精度の比較  
Table 4 Comparison of estimation accuracy.

推定法	距離及び距離和観測雑音の性質		
	Type1	Type2	Type3
同時法	融合法、距離和単独法、レーダ観測値以上	融合法、独立法と同一、距離和単独法、レーダ観測値以上	融合法、独立法、逐次法と同一、距離和単独法、レーダ観測値以上
融合法	同時法以下	同時法と同一	同時法と同一
独立法	-	同時法と同一	同時法と同一
逐次法	-	-	同時法と同一
距離和単独法	同時法以下	同時法以下	同時法以下

### 7.2 推定精度の比較

もし、距離和単独法の推定結果を使用する融合法の推定精度が同時法を上回れば、同時法は距離和単独法で位置推定が不可能な場合のみ使用すべきである。しかし、表4が示すように、融合法の推定精度は同時法以下である。したがって、推定精度の観点からは同時法を使用すればよいと結論できる。

ところで、同時法は  $(3+n) \times (3+n)$  の行列演算が必要であるのに比べ、逐次法では  $3 \times 3$  の行列演算でよい。しかも、表4が示すように、観測雑音の性質がType3の場合、逐次法と同時法の推定精度は同一である。したがって、観測雑音の性質がType3の場合、同時法の代わりに度計算機処理の容易な逐次法の使用が考えられる。

## 8. む す び

本論文では、レーダ観測値と1個以上の距離和観測値からの目標位置推定値（同時法）の精度が、レーダ観測値、距離和単独法の目標位置推定値、融合法の目標位置推定値以上であることを解析的に示した。なお、センサ（レーダ、受信局）間の観測雑音は無相関とは限らないとした。また、センサ（レーダ、受信局）間の観測雑音が無相関の場合、レーダ観測値と1個の距離和から目標位置を推定し、つぎに推定結果と別の距離和から目標位置を繰り返し再推定（逐次法）できることも示した。更に、同時法と逐次法による目標位置推定結果が同一であることを示した。

## 文 献

- [1] M.K. Baczyk, P. Samczynski, P. Krysiak, and K. Kulpa, "Traffic density monitoring using passive radars," IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst. Magazine, vol.32, no.2, pp.14-21, Feb. 2017.
- [2] 稲葉敬之, 千葉 勇, "CW波を用いたマルチスタティック測位・測速法," 信学論 (B), vol.J90-B, no.3, pp.298-310, March 2007.
- [3] 小菅義夫, 古賀 禎, 宮崎裕己, 秋田 学, 稲葉敬之, "テイラー級数推定法を用いたTSOAによる測位法の性能," 信学論 (B), vol.J99-B, no.10, pp.966-975, Oct. 2016.
- [4] X. Zheng, Z. Hua, Z. Zheng, H. Peng, and L. Meng, "Wireless localization based on the time sum of arrival and Taylor expansion," Networks (ICON), 2013 19th IEEE International Conference on, Dec. 2013.
- [5] Z. Guannan, W. Donglin, and F. Michel, "Time sum of arrival based BLUE for mobile target positioning," Advanced Science Letters, vol.4, no.1, pp.165-167, Jan. 2011.
- [6] W.K. Chao and K.T. Lay, "Mobile positioning and tracking based on TOA TSOA TDOA AOA with NLOS-reduced distance measurement," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.12, pp.2043-2053, Dec. 2007.

[7] 佐田達典, GPS 測量技術, オーム社, 東京, 2003.  
 [8] Y. Bar-Shalom, X.R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.  
 [9] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.  
 [10] 坂井丈泰, GPS 技術入門, 東京電機大学出版局, 東京, 2003.  
 [11] J. Yan, C.C.J.M. Tiberious, G.J.M. Janssen, P.J.G. Teunissen, and G. Bellusci, "Review of Range-Based positioning algorithmsn," IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst. Magazine, vol.28, no.6, pp.2-27, Aug. 2013.  
 [12] W.H. Foy, "Position-location solutions by Taylor-series estimation," IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst., vol.12, no.2, pp.187-194, March 1976.  
 [13] 小菅義夫, 古賀 禎, 宮崎裕己, 稲葉敬之, "レーダと受信時刻を観測値とする複数パッシブレーダのデータ融合," 信学論 (B), vol.J102-B, no.1, pp.23-31, Jan. 2019.  
 [14] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.  
 [15] 中川 徹, 小柳義夫, 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 東京, 1982.  
 [16] 小菅義夫, "レーダによる単一目標追尾法の現状と将来," 信学論 (B), vol.J93-B, no.11, pp.1504-1511, Nov. 2010.  
 [17] 斎藤雅彦, 線形代数入門, 東京大学出版会, 東京, 1966.  
 [18] 竹ノ内脩, 函数解析, 朝倉書店, 東京, 1968.  
 [19] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.

付 録

(行列の大小関係関連における諸結果)

$D, D_1, D_2, D_3$  を  $n \times n$  の実対称行列とする. また,  $D_1 - D_2 \geq 0$  を  $D_1 \geq D_2$  と定義する. また,  $D_1 - D_2 > 0$  を  $D_1 > D_2$  と定義する [17], [18].

次に,  $(\underline{x}, \underline{y})$  はベクトル  $\underline{x}, \underline{y}$  の内積を表すとする. (性質 A・1)  $D$  が半正値 ( $D$  の固有値が全て非負) と, 任意の  $n$  次元ベクトル  $\underline{x}$  に対して次式が成立することは同値である.

$$(D\underline{x}, \underline{x}) \geq 0 \tag{A.1}$$

(性質 A・2)  $D$  が正値 ( $D$  の固有値が全て正) と, 任意の  $n$  次元ベクトル  $\underline{x}$  (ただし,  $\underline{x} \neq \underline{0}$ ) に対して次式が成立することは同値である.

$$(D\underline{x}, \underline{x}) > 0 \tag{A.2}$$

(性質 A・3)  $D_1 \geq D_2$  かつ  $D_2 \geq D_3$  のとき  $D_1 \geq D_3$  である. また,  $D_1 \geq D_2$  かつ  $D_2 \geq D_1$  のとき  $D_1 = D_2$  である.

(性質 A・4)  $D_1 \geq D_2 > 0$  ならば  $D_2^{-1} \geq D_1^{-1} > 0$  で

ある.

(性質 A・5)  $D_1 > D_2 > 0$  ならば  $D_2^{-1} > D_1^{-1} > 0$  である.

(性質 A・6)  $D \geq 0$  ならば  $0 \leq F^T D F$  である.

(性質 A・7) 半正値対称行列  $D$  が正則と正値は同値である.

(定理 1) 正値対称行列  $D$  は次式とする.

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

ここで,  $D_{11}, D_{22}$  はそれぞれ  $n \times n, m \times m$  の行列とする. すると,  $D_{11}, D_{22}$  及び  $F = D_{21} - D_{12}^T D_{11}^{-1} D_{12}$  は正値対称行列で次式が成立する [9].

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} D_{11}^{-1} + D_{11}^{-1} D_{12} F^{-1} D_{12}^T D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1} D_{12} F^{-1} \\ -F^{-1} D_{12}^T D_{11}^{-1} & F^{-1} \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

また, 次式が成立する [3].

$$D^{-1} \geq \begin{pmatrix} O_{n,n} & O_{n,m} \\ O_{m,n} & D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \tag{A.5}$$

(定理 2)

$$P > 0 \tag{A.6}$$

かつ

$$MPM^T > 0 \tag{A.7}$$

とすれば次式を得る.

$$P^{-1} \geq M^T (MPM^T)^{-1} M \tag{A.8}$$

(証明)  $P, R > 0$  ならば次式が成立する (文献 [19] の式 (7B.5) 参照).

$$P - PM^T (MPM^T + R)^{-1} MP = (P^{-1} + M^T R^{-1} M)^{-1} \tag{A.9}$$

式 (A.9) より  $I$  を単位行列とすれば任意の自然数  $m$  に対して次式を得る.

$$\begin{aligned} P - PM^T \left( MPM^T + \frac{1}{m} I \right)^{-1} MP \\ = (P^{-1} + M^T \cdot mI \cdot M)^{-1} \end{aligned} \tag{A.10}$$

式 (A.6) より任意の自然数  $m$  に対して次式を得る.

$$P^{-1} + M^T \cdot mI \cdot M > 0 \quad (\text{A}\cdot 11)$$

式 (A・10) に式 (A・11) を使用して次式を得る.

$$P - PM^T \left( MPM^T + \frac{1}{m} I \right)^{-1} MP > 0 \quad (\text{A}\cdot 12)$$

式 (A・12) において極限 ( $m \rightarrow \infty$ ) をとり次式を得る.

$$P \geq PM^T (MPM^T)^{-1} MP \quad (\text{A}\cdot 13)$$

式 (A・13) に性質 A・6 を使用して式 (A・8) を得る.  
(証明終)

(2019 年 11 月 20 日受付, 2020 年 2 月 25 日再受付,  
4 月 13 日早期公開)



稲葉 敬之 (正員)

昭 56 東工大・理・物理卒, 昭 58 同大学院修士課程了. 同年, 三菱電機(株)入社. 平 20 年 4 月より電通大教授, 工博. レーダ信号処理, 超電導磁気センサ信号処理, アダプティブアレー信号処理, 車載レーダの研究開発等に従事. IEEE シニア会員.



小菅 義夫 (正員)

昭 47 早大・理工・数学卒, 昭 49 同大学院修士課程了. 同年三菱電機(株)入社. 平 26 より, 電子航法研究所及び電通大勤務. 単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事. 工博.



古賀 禎 (正員)

平 5 年東京理科大・理工・電気卒, 平 7 年同大学院修士課程了. 同年運輸省電子航法研究所入所. 平 13 年カリフォルニア大デュービス校客員研究員, 工博. 二次監視レーダ, 空港面監視システムの研究に従事.



宮崎 裕己 (正員)

平 3 信州大・工卒. 平 5 同大学院修士課程了. 同年運輸省電子航法研究所入省. 以来, 二次監視レーダやマルチチャレレーションに関する研究開発に従事. 電気学会会員.



呂 曉東 (正員)

平 17 東工大大学院情報理工学研究科博士課程了. 同年同大学助教. 平 24 電子航法研究所入所. 工博. 分散コンピューティング, 航空監視システム, 交通情報システムなどの研究に従事. IEEE シニア会員.