論　文

マルチパス環境下の距離とドップラーを観測値とするTaylor級数推定法による位置及び速度推定

小菅　義夫†,††　　古賀　禎†　　宮崎　裕己†　　呂　暁東†
稲葉　敬之††

Estimation of Location and Velocity Using Range and Doppler Measurements in a Multipath Environment by Taylor-series Estimation Method

Yoshio KOSUGE†,††, Tadashi KOGA†, Hiromi MIYAZAKI†, Xiaodong LU†, and Takayuki INABA††

あらまし　マルチパス環境下では，距離観測値にランダム誤差の他に瞬時的なバイアス誤差が生じる．このような場合に，ドップラー（距離の時間微分値）及びバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標の位置及び速度を Taylor 級数推定法により推定する二つの方法が報告されている．ドップラー単独法は，距離観測値は使用せずに，ドップラーのみを観測値として目標位置，速度を推定する．バイアス検出法は，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に距離バイアス誤差を推定する．なお，両者の位置，速度推定結果は同一である．これは，バイアス誤差を未知数とする距離観測値は，位置，速度推定に寄与しないことを示す．ところで，通常は距離観測値にはランダム誤差のみ存在する．本論文では，バイアス検出法によるバイアス誤差推定値をその推定誤差の分散で正規化した値が小さい距離では，距離バイアス誤差を未知数とせずに位置と速度を再推定する方法を提案する．提案法では，バイアス誤差を未知数とする距離が少ないほど，位置と速度の推定誤差共分散行列が小さいことを示す．

キーワード　TOA，GPS，測位，距離，距離バイアス誤差，ドップラー

1. まえがき

TOA（Time of Arrival）では，電波到達時間に光速を乗算した値である送受信局間の距離を複数観測し，目標の位置を推定する [1]～[8]．目標が送信源の場合と，目標が受信機を搭載している場合がある．

Taylor 級数推定法は，位置推定値の初期値を仮に与え，観測値を Taylor 展開により線形近似して得たモデルに，重み付き最小自乗法を使用し推定する [9]．なお，得られた推定値を初期値に再設定し同一の処理を繰り返すことで，推定精度向上を図っている [4]～[9]．

この方法は繰り返し演算が必要なため，計算機資源が確保できる GPS（Global Positioning System）等で使用されている [4]～[8]．なお，計算機資源の確保が困難な場合，繰り返し演算が不要な直接法（direct algorithm）が使用されている [2]．

なお，送受信局間の時刻同期誤差による距離バイアス誤差とは異なり，マルチパスの影響は送受信局ごとの瞬時的な距離バイアス誤差となる [10]～[12]．

バイアス誤差が小さい送受信局が既知あるいは観測誤差の統計的性質を使用したマルチパスの影響軽減アルゴリズムが報告されている [10]～[12]．

更に，バイアス誤差が小さい送受信局が未知でも，あるいは観測誤差の統計的性質が不明でも，距離バイアス誤差が送受信局ごとに異なる場合に対処可能な Taylor 級数推定法によるドップラー単独法とバイアス検出法が報告されている [13]．

ドップラー単独法は，距離観測値は使用せずに，ドップラーのみを観測値として目標位置，速度を推定する．

† 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaiji-higashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
†† 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, The University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan
DOI:10.14923/transcomj.2019JBP3014

 ©一般社団法人電子情報通信学会 2019

バイアス検出法は，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に距離バイアス誤差を推定する．

これら両者の位置，速度推定結果は同一である．したがって，ドップラーの精度が良く距離観測値を使用しなくても位置と速度の推定精度が確保可能，あるいは定常的に全ての受信局がマルチパスの影響を受ける場合は，簡明なアルゴリズムであるドップラー単独法を使用すればよいと結論できる．しかし，屋外に受信局が配置される場合は，マルチパスの影響は断続的である．

ところで，文献 [14] では，距離バイアス誤差は受信局によらず一定として，距離観測値とドップラー観測値を使用して Taylor 級数推定法で位置，速度推定を行うことにより，距離観測値のみの場合より位置推定精度が向上すると報告されている．しかし，マルチパスの影響は考慮されていない．

また，上述の同一との結果は，バイアス誤差を未知数とする距離観測値は，位置，速度推定に寄与しないことを示す．したがって，距離とドップラー観測値両者を使用して推定精度向上を図るには，マルチパスの影響があるときのみバイアス誤差を未知数とする方法が考えられる．しかし，その方法及び性能は不明である．

ところで，例えば距離観測雑音が大きいときは，小さな距離バイアス誤差は無視可能である．このため，マルチパスの影響を受けないとの判定は，距離観測雑音の分散を考慮することが望ましい．

本論文では，n 対の距離及びドップラー観測値から，バイアス検出法により推定した n 個の距離バイアス誤差及びその推定誤差の分散を使用しマルチパスの影響を受けない距離観測値を $\mathrm{n_b}$ 個選択する．次に本論文の未知数削減法では，位置及び速度とマルチパスの影響を受けた $\mathrm{n}-\mathrm{n_b}$ 個の距離バイアス誤差を Taylor 級数推定法により推定する．なお，バイアス検出法で解があれば必ず未知数削減法でも解があることを解析的に示す．更に，未知数削減法の位置及び速度の推定精度は $\mathrm{n_b}$ の値が大きいほどランダム誤差が小さいことを解析的に示す．なお，$\mathrm{n_b}$ が 0 のときが従来のバイアス検出法である．また，バイアス誤差推定誤差の分散と距離観測雑音の分散との関連を明らかにする．

2. 観測モデル

ここでは，距離バイアス誤差を推定対象とする n 対の距離及びドップラー観測値の線形モデルについて述べる [13]．なお，記述を容易にするため，目標が送信機を有しているとする．

なお，距離観測値は目標と受信局間の電波到達時間から算出されるとし，送受信局間の時刻同期は取れているがマルチパスの影響は受けるとする．一方，ドップラー観測値は受信周波数よりドップラー効果を使用して得られるため地上の静止物の影響は受けないとする．すなわち，マルチパスの影響を受けないとする．

2.1 距離の観測モデル

目標とは異なる位置にある i $(i=1,\cdots,n)$ 番目の受信局の位置ベクトル $\underline{B}_i$（既知：B は Base の略）を，D^T は行列 D の転置行列を表すとして，次式で表す．なお，座標系は，三次元直交座標を使用する

$$\underline{B}_i=(x_i,y_i,z_i)^T \tag{1}$$

つぎに，目標の位置ベクトル $\underline{L}$（未知：L は Location の略）を次式で表す．

$$\underline{L}=(x,y,z)^T \tag{2}$$

すると，i 番目の送受信局間の距離の真値 R_i（R は Range の略）は次式となる．

$$R_i=f_i(\underline{L}) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f_i(\underline{L})=\sqrt{(\underline{B}_i-\underline{L})^T(\underline{B}_i-\underline{L})} \tag{4}$$

すると，i 番目の送受信局間の距離の観測値 R_{io} は次式となる（o は observation の略）．

$$R_{io}=R_i+b_i+v_i \tag{5}$$

ここで，b_i（b は bias の略）は距離のバイアス誤差，v_i はランダムな距離の観測誤差である．

次の性質は，式 (3) の非線形関数を目標位置で線形近似した結果を示す [1], [3]〜[7].

（性質 1）目標位置推定のための初期値を $\underline{L}_0=(x_0,y_0,z_0)^T$ とすると，次式を得る．

$$\Delta R_{io}\approx\underline{\omega}(i)\underline{a}_l+b_i+v_i \tag{6}$$

ここで，

$$\Delta R_{io}=R_{io}-f_i(\underline{L}_0) \tag{7}$$

$$\underline{a}_l=\underline{L}-\underline{L}_0 \tag{8}$$

である．また，

$$\alpha_i = \frac{\partial f_i}{\partial x}(\underline{L}_0),\ \beta_i = \frac{\partial f_i}{\partial y}(\underline{L}_0),\ \gamma_i = \frac{\partial f_i}{\partial z}(\underline{L}_0) \tag{9}$$

として，次式を定義する．

$$\underline{\omega}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \tag{10}$$

性質 1 を使用して，n 個の距離観測値を得るとすれば，次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{z}_l = A_l \underline{a}_l + \underline{a}_b + \underline{v}_l \tag{11}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (12)，(14) 及び (15) は n 次元ベクトル，式 (13) は $n \times 3$ の行列である．

$$\underline{z}_l = (\Delta R_{1o}, \cdots, \Delta R_{no})^T \tag{12}$$

$$A_l = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(1)^T & \cdots & \underline{\omega}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{13}$$

$$\underline{a}_b = (b_1, \cdots, b_n)^T \tag{14}$$

$$\underline{v}_l = (v_1, \cdots, v_n)^T \tag{15}$$

2.2 ドップラーの観測モデル

i 番目の受信局の速度ベクトル $\dot{\underline{B}}_i$（既知）を，式 (1) を時間微分し，次式で表す．

$$\dot{\underline{B}}_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T \tag{16}$$

つぎに，目標の速度ベクトルを，式 (2) を時間微分し，次式で表す．

$$\dot{\underline{L}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \tag{17}$$

次の性質は，目標ドップラー真値の目標位置及び速度からの算出式を示す [13]．

（性質 2）i 番目の送受信局間のドップラーの真値を $\dot{R}_i$ とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_i = g_i(\underline{L}, \dot{\underline{L}}) \tag{18}$$

ここで，次式を定義する．

$$g_i(\underline{L}, \dot{\underline{L}}) = (\underline{B}_i - \underline{L})^T (\dot{\underline{B}}_i - \dot{\underline{L}})/f_i(\underline{L}) \tag{19}$$

すると，i 番目の送受信局間のドップラーの観測値 $\dot{R}_{io}$ は次式となる．

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \tag{20}$$

なお，$\dot{v}_i$ はドップラーのランダムな観測誤差である．

次の性質は，式 (18) の非線形関数を目標の位置と速度とで線形近似した結果を示す [13], [14]．

（性質 3）速度推定のための初期値を $\dot{\underline{L}}_0 = (\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)^T$ とすると，次式を得る．

$$\Delta \dot{R}_{io} \approx \underline{\kappa}(i) \underline{a}_l + \underline{\omega}(i) \underline{a}_d + \dot{v}_i \tag{21}$$

ここで，

$$\Delta \dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - g_i(\underline{L}_0, \dot{\underline{L}}_0) \tag{22}$$

$$\underline{a}_d = \dot{\underline{L}} - \dot{\underline{L}}_0 \tag{23}$$

である．また，

$$\alpha_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial x}(\underline{L}_0, \dot{\underline{L}}_0),\ \beta_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial y}(\underline{L}_0, \dot{\underline{L}}_0),$$
$$\gamma_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial z}(\underline{L}_0, \dot{\underline{L}}_0) \tag{24}$$

として，次式を定義する．

$$\underline{\kappa}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix} \tag{25}$$

性質 3 及び式 (10)，(13) を使用して，n 個のドップラー観測値を得るとすれば，次式のドップラーの線形観測モデルを得る（d は Doppler の略）．

$$\underline{z}_d = A_{ld} \underline{a}_l + A_l \underline{a}_d + \underline{v}_d \tag{26}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (27) 及び (29) は n 次元ベクトル，式 (28) は $n \times 3$ の行列である．

$$\underline{z}_d = (\Delta \dot{R}_{1o}, \cdots, \Delta \dot{R}_{no})^T \tag{27}$$

$$A_{ld} = \begin{pmatrix} \underline{\kappa}(1)^T & \cdots & \underline{\kappa}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{28}$$

$$\underline{v}_d = (\dot{v}_1, \cdots, \dot{v}_n)^T \tag{29}$$

2.3 距離及びドップラーの観測モデル

式 (11) 及び (26) より，次式の距離及びドップラーの線形観測モデルを得る [13]．

$$\underline{z} = A \underline{a} + \underline{v} \tag{30}$$

ここで，$O_{m,n}$ を $m \times n$ の零行列，I_n を $n \times n$ の単位行列とし，次式を定義する．なお，式 (31) 及び (34) は $2n$ 次元ベクトル，式 (33) は $6 + n$ 次元ベクトル，式 (32) は $2n \times (6 + n)$ の行列である．

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{z}_l^T & \underline{z}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{31}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} & I_n \\ A_{ld} & A_l & O_{n,n} \end{pmatrix} \tag{32}$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T & \underline{a}_b^T \end{pmatrix}^T \tag{33}$$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_l^T & \underline{v}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{34}$$

2.4 観測雑音共分散行列

ここでは，本論文で使用する TOA での観測雑音において，次式を仮定する．ここで，$E[\,]$ は平均，$D > 0$ は行列 D が正値対称行列（固有値が全て正），$D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列（固有値が全て非負），$\underline{0}$ は零ベクトルを表す．なお，行列の大小関係関連における諸結果を付録にまとめた．

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \tag{35}$$

$$V = E\left[\underline{v}\,\underline{v}^T\right] = \begin{pmatrix} V_l & V_{ld} \\ V_{ld}^T & V_d \end{pmatrix} > 0 \tag{36}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (36) は $2n \times 2n$ の行列，式 (37)〜(39) は $n \times n$ の行列である．

$$V_l = E\left[\underline{v}_l \underline{v}_l^T\right] \tag{37}$$

$$V_d = E\left[\underline{v}_d \underline{v}_d^T\right] \tag{38}$$

$$V_{ld} = E\left[\underline{v}_l \underline{v}_d^T\right] \tag{39}$$

なお，距離及びドップラーの観測雑音ベクトル $\underline{v}$ は，2n 変量正規分布に従うとする．

3. 従来法

ここでは，従来法であるバイアス検出法について述べる [13].

次の性質は，n 対の距離及びドップラー観測値から，重み付き最小自乗法により，目標の位置，速度及び n 個の距離バイアス誤差を推定する従来法による推定結果を示す [13].

（性質 4）式 (30) において，重み付き最小自乗法 [15], [16] による解は，$(6+n)\times(6+n)$ の行列 $A^TV^{-1}A$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}} = (A^TV^{-1}A)^{-1}A^TV^{-1}\underline{z} \tag{40}$$

次の性質は，従来法で算出した目標の位置，速度及び n 個の距離バイアス誤差が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [15], [16].

（性質 5）式 (40) は，次の性質を有する．なお，式 (42) は $(6+n)\times(6+n)$ の行列である．

$$E[\hat{\underline{a}}] = \underline{a} \tag{41}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}} - \underline{a})(\hat{\underline{a}} - \underline{a})^T\right] = (A^TV^{-1}A)^{-1} \tag{42}$$

なお，

$$N_a = \begin{pmatrix} I_6 & O_{6,n} \end{pmatrix} \tag{43}$$

とすると，式 (33) に式 (8)，(23) 及び (14) を使用して，次式を得る．

$$\underline{b} = N_a\underline{a} \tag{44}$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{45}$$

したがって，次式の $\hat{\underline{a}}_{lv}$（v は velocity の略）が，バイアス検出法による位置及び速度の推定結果である [13].

$$\hat{\underline{a}}_{lv} = N_a\hat{\underline{a}} \tag{46}$$

次の性質は，バイアス検出法の推定値より目標位置及び速度を抽出した結果が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [13].

（性質 6）式 (46) は，次の性質を有する．なお，式 (48) は 6×6 の行列である．

$$E\left[\hat{\underline{a}}_{lv}\right] = \underline{b} \tag{47}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}}_{lv} - \underline{b})(\hat{\underline{a}}_{lv} - \underline{b})^T\right] = N_a(A^TV^{-1}A)^{-1}N_a^T \tag{48}$$

4. 提案法

ここでは，マルチパスの影響が定常的ではない場合の目標位置，速度推定精度の改善方法を提案する．

4.1 バイアス誤差の推定精度

ここでは，式 (40) で算出した距離バイアス誤差の統計的性質について述べる．

まず，式 (14) 及び式 (33) より，式 (8) 及び (23) を使用して，次式を得る．

$$\underline{a}_b = M\underline{a} \tag{49}$$

ここで，次式を定義する．

$$M = \begin{pmatrix} O_{n,6} & I_n \end{pmatrix} \tag{50}$$

すると，次式の $\hat{\underline{a}}_b$ が，バイアス検出法による距離バイアスの推定結果である．

$$\underline{\hat{a}}_b = M\underline{\hat{a}} \tag{51}$$

次の性質は，バイアス検出法の推定値より距離バイアスを抽出した結果が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，性質 5 より得られる．

（性質 7）式 (51) は，次の性質を有する．なお，式 (53) は $n \times n$ の行列である．

$$E[\underline{\hat{a}}_b] = \underline{a}_b \tag{52}$$

$$E\left[(\underline{\hat{a}}_b - \underline{a}_b)(\underline{\hat{a}}_b - \underline{a}_b)^T\right] = M(A^T V^{-1} A)^{-1} M^T \tag{53}$$

なお，式 (53) の i 番目の対角成分（バイアス誤差推定値の分散）σ_{bi}^2 は，$A^T V^{-1} A$ が正則ならば，付録の性質 A·5 より，次式を満たす．

$$\sigma_{bi}^2 > 0 \tag{54}$$

4.2 未知数削減法の観測モデル

ここでは，バイアス検出法で推定した距離バイアス誤差よりマルチパスの影響を受けないと判定された距離観測値は距離バイアス誤差を未知数とせずに，重み付き最小自乗法を再度使用し推定精度向上を図る方法を提案する．なお，この推定法を未知数削減法と呼ぶことにする．

ところで，マルチパスの影響を受けない距離観測値はバイアス誤差が 0 とみなせる．したがって，観測雑音が正規分布に従うとし，i 番目の送受信局間の距離のバイアス誤差推定値を $\hat{b}_i$ とし，マルチパスの影響を受けないとすれば，$\hat{b}_i$ は性質 7 より平均が 0 で分散が σ_{bi}^2 の正規分布に従う．この結果，統計学より $\hat{b}_i^2/\sigma_{bi}^2$ は自由度 1 の χ 自乗分布に従う．したがって，マルチパスの影響を受けないとの判定は式 (55) で行えばよい．なお，d はマルチパスの影響を受けていないのに受けていると誤判定する確率である危険率より定まるパラメータである．ここで，危険率を 5%とすれば，自由度 1 の χ 自乗分布表より $d \approx 3.84$ となる．

$$\frac{\hat{b}_i^2}{\sigma_{bi}^2} \leq d \tag{55}$$

ここで，マルチパスの影響を受けないと判定された距離観測値の総数を n_b とする．つぎに，必要なら添え字を並べ替え，マルチパスの影響を受けない距離観測値を R_{io} $(i = 1, \cdots, n_b)$ と書く．

なお，n_b は，次式を満たす．

$$0 \leq n_b \leq n \tag{56}$$

すると，式 (30) には，次式が対応する

$$\underline{z} = A_{n_b} \underline{a}_{n_b} + \underline{v} \tag{57}$$

ここで，$0 \leq n_b < n$ のとき

$$\underline{a}_{bn_b} = (b_{n_b+1}, \cdots, b_n)^T \tag{58}$$

$$H_{n_b} = \begin{pmatrix} O_{n_b, n-n_b} \\ I_{n-n_b} \end{pmatrix} \tag{59}$$

として，次式を定義する．なお，式 (58) は $n-n_b$ 次元ベクトル，式 (60) は $6+n-n_b$ 次元ベクトル，式 (59) は $n \times (n-n_b)$ の行列，式 (61) は $2n \times (6+n-n_b)$ の行列である．

$$\underline{a}_{n_b} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T & \underline{a}_{bn_b}^T \end{pmatrix}^T \tag{60}$$

$$A_{n_b} = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} & H_{n_b} \\ A_{ld} & A_l & O_{n,n-n_b} \end{pmatrix} \tag{61}$$

また，$n_b = n$ のとき，次式を定義する．

$$\underline{a}_n = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{62}$$

$$A_n = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} \\ A_{ld} & A_l \end{pmatrix} \tag{63}$$

4.3 未知数削減法による推定

次の性質は，n 対の距離及びドップラー観測値から，重み付き最小自乗法により，目標の位置，速度及びマルチパスの影響を受けると判定された $\mathrm{n} - \mathrm{n_b}$ 個の距離バイアス誤差を推定する提案法による推定結果を示す．

なお，提案法の処理手順を以下の（1）～（3）に示す．

（1）従来法のバイアス検出法で位置，速度，n 個の距離バイアス誤差を推定．

（2）式 (55) でマルチパスの影響を受けない距離観測値を $\mathrm{n_b}$ 個選択．

（3）$\mathrm{n_b}$ が正のときは，位置及び速度とマルチパスの影響を受けると判定された $\mathrm{n} - \mathrm{n_b}$ 個の距離バイアス誤差を Taylor 級数推定法により再推定．

（性質 8）式 (57) において，重み付き最小自乗法 [15], [16] により，次式を最小とする $\underline{\hat{a}}_{n_b}$ を推定する．

$$J = \left(\underline{z} - A_{n_b} \underline{\hat{a}}_{n_b}\right)^T V^{-1} \left(\underline{z} - A_{n_b} \underline{\hat{a}}_{n_b}\right) \tag{64}$$

解は，$(6+n-n_b) \times (6+n-n_b)$ の行列 $A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}$ が正則ならば，次式である．

$$\underline{\hat{a}}_{n_b} = \left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}\right)^{-1} A_{n_b}^T V^{-1} \underline{z} \tag{65}$$

次の性質は，提案法で算出した目標の位置，速度及び $n - n_b$ 個の距離バイアス誤差が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [15], [16].

（性質 9）式 (65) は，次の性質を有する．なお，式 (67) は $(6 + n - n_b) \times (6 + n - n_b)$ の行列である．

$$E\left[\underline{\hat{a}}_{n_b}\right] = \underline{a}_{n_b} \tag{66}$$

$$E\left[(\underline{\hat{a}}_{n_b} - \underline{a}_{n_b})(\underline{\hat{a}}_{n_b} - \underline{a}_{n_b})^T\right] = \left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}\right)^{-1} \tag{67}$$

5. 考　　察

ここでは，従来法と提案法の推定可能条件及び位置と速度の推定精度を比較する．また，距離バイアス誤差の推定誤差の分散と距離観測雑音の分散の関係を明らかにする．

5.1 推定可能条件

次の性質は，性質 4 より，従来法の観測雑音共分散行列が不要な推定可能条件を示す [13]．なお，次式 (68) は行列 A の階数が $n + 6$ と等価である [13]．また，後述の式 (123) の行列 B の階数が 6 と等価である [13].

（性質 10）次式と，$A^T V^{-1} A$ が正則は等価である．

$$0 < A^T A \tag{68}$$

次の性質は，従来法で推定可能（$A^T V^{-1} A$ が正則）ならば，性質 10 及び 8 より提案法でも推定可能（$A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}$ が正則）であることを示す.

（性質 11）式 (68) が成立すれば，次式が成立する．

$$0 < A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b} \tag{69}$$

（証明）式 (32) より，次式を得る．

$$A^T A = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ {D_{12}}^T & I_n \end{pmatrix} \tag{70}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (71) は 6×6 の行列，式 (72) は $6 \times n$ の行列である．

$$D_{11} = \begin{pmatrix} A_l^T A_l + A_{ld}^T A_{ld} & A_{ld}^T A_l \\ A_l^T A_{ld} & A_l^T A_l \end{pmatrix} \tag{71}$$

$$D_{12} = \begin{pmatrix} A_l^T \\ O_{3,n} \end{pmatrix} \tag{72}$$

式 (68) より式 (70) は正則であるので，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$0 < D_{11} - D_{12} {D_{12}}^T \tag{73}$$

$$0 < D_{11} \tag{74}$$

一方，式 (59) より，次式を得る．

$$H_{n_b}^T H_{n_b} = I_{n-n_b} \quad (0 \le n_b < n) \tag{75}$$

$$H_{n_b} H_{n_b}^T = \begin{pmatrix} O_{n_b,n_b} & O_{n_b,n-n_b} \\ O_{n-n_b,n_b} & I_{n-n_b} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{76}$$

式 (61) 及び (75) より，式 (71) を使用して，次式を得る．

$$A_{n_b}^T A_{n_b} = \begin{pmatrix} D_{11} & F_{12} \\ F_{12}^T & I_{n-n_b} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{77}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (78) は $6 \times (n - n_b)$ の行列である．

$$F_{12} = \begin{pmatrix} A_l^T H_{n_b} \\ O_{3,n-n_b} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{78}$$

式 (78) より，次式を得る．

$$F_{12} F_{12}^T = \begin{pmatrix} A_l^T H_{n_b} H_{n_b}^T A_l & O_{3,3} \\ O_{3,3} & O_{3,3} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{79}$$

式 (79) 及び (72) より，次式を得る．

$$(D_{11} - F_{12} F_{12}^T) - (D_{11} - D_{12} D_{12}^T) = \begin{pmatrix} A_l^T A_l - A_l^T H_{n_b} H_{n_b}^T A_l & O_{3,3} \\ O_{3,3} & O_{3,3} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{80}$$

式 (76) より，次式を得る．

$$A_l^T A_l - A_l^T H_{n_b} H_{n_b}^T A_l = A_l^T \begin{pmatrix} I_{n_b} & O_{n_b,n-n_b} \\ O_{n-n_b,n_b} & O_{n-n_b,n-n_b} \end{pmatrix} A_l \ge 0 \quad (0 \le n_b < n) \tag{81}$$

式 (80) に，式 (81) 及び (73) を使用して，次式を得る．

$$(D_{11} - F_{12} F_{12}^T) \ge (D_{11} - D_{12} D_{12}^T) > 0 \quad (0 \le n_b < n) \tag{82}$$

式 (77) に，式 (82) 及び付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$0 < A_{n_b}^T A_{n_b} \quad (0 \le n_b < n) \tag{83}$$

一方，式 (63) 及び (71) より，式 (74) を使用して，次式を得る．

$$A_n^T A_n = D_{11} > 0 \tag{84}$$

式 (83) 及び (84) より，次式を得る．

$$0 < A_{n_b}^T A_{n_b} \quad (0 \le n_b \le n) \tag{85}$$

ここで，$6+n-n_b$ 次元ベクトル $\underline{x}$ に対して，次式が成立するとする．なお，$(\underline{x}, \underline{y})$ はベクトル $\underline{x}$，$\underline{y}$ の内積を表すとする．

$$\left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b} \underline{x}, \underline{x}\right) = 0 \tag{86}$$

式 (86) より，次式を得る．

$$\left(V^{-1} A_{n_b} \underline{x}, A_{n_b} \underline{x}\right) = 0 \tag{87}$$

式 (87) に，式 (36) を使用して，次式を得る．

$$A_{n_b} \underline{x} = \underline{0} \tag{88}$$

式 (88) に，式 (85) を使用して，次式を得る．

$$\underline{x} = \underline{0} \tag{89}$$

また，式 (36) より，付録の性質 A·7 を使用して，次式を得る．

$$0 \le A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b} \tag{90}$$

したがって，式 (69) を得る．(証明終)

5.2 位置と速度の推定精度

まず，式 (45) 及び式 (60) より，次式を得る

$$\underline{b} = N_{an_b} \underline{a}_{n_b} \tag{91}$$

ここで，次式を定義する．

$$N_{an_b} = \begin{pmatrix} I_6 & O_{6,n-n_b} \end{pmatrix} \tag{92}$$

したがって，式 (65) より，次式の $\underline{\hat{a}}_{lvn_b}$ が，未知数削減法による位置及び速度の推定結果である．

$$\underline{\hat{a}}_{lvn_b} = N_{an_b} \underline{\hat{a}}_{n_b} \tag{93}$$

次の性質は，未知数削減法の推定値より目標位置及び速度を抽出した結果が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，性質 9 及び式 (91) より得られる．

（性質 12）式 (93) は，次の性質を有する．なお，式 (95) は 6×6 の行列である．

$$E\left[\underline{\hat{a}}_{lvn_b}\right] = \underline{b} \tag{94}$$

$$\begin{aligned} &E\left[(\underline{\hat{a}}_{lvn_b} - \underline{b})(\underline{\hat{a}}_{lvn_b} - \underline{b})^T\right] \\ &= N_{an_b}\left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}\right)^{-1} N_{an_b}^T \end{aligned} \tag{95}$$

次の性質は，後述の性質 14 の証明に使用する．

なお，距離とドップラーの観測雑音が無相関の場合，次式 (96) において G_{12} は零行列となり，以下が著しく簡素化され，議論の流れが把握しやすくなる．

（性質 13）式 (68) が成立するとする．ここで，$n \times n$ の行列 G_{11}，G_{12}，G_{22} を使用して，式 (36) より，

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12}^T & G_{22} \end{pmatrix} > 0 \tag{96}$$

として，

$$K_{11} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{12}^T & A_l^T G_{22} A_l \end{pmatrix} \tag{97}$$

$$P = \begin{pmatrix} G_{11} A_l + G_{12} A_{ld} & G_{12} A_l \end{pmatrix} \tag{98}$$

とする．ここで，次式を定義する．なお，式 (97) は 6×6 の行列，式 (98) は $n \times 6$ の行列，式 (99) 及び (100) は 3×3 の行列，式 (101) は $n \times n$ の行列である．

$$\begin{aligned} J_{11} &= A_l^T G_{11} A_l + A_{ld}^T G_{12}^T A_l \\ &+ A_l^T G_{12} A_{ld} + A_{ld}^T G_{22} A_{ld} \end{aligned} \tag{99}$$

$$J_{12} = A_l^T G_{12} A_l + A_{ld}^T G_{22} A_l \tag{100}$$

$$Q_{n_b} = H_{n_b}\left(H_{n_b}^T G_{11} H_{n_b}\right)^{-1} H_{n_b}^T \quad (0 \le n_b < n) \tag{101}$$

$$Q_n = O_{n,n} \tag{102}$$

すると，次式を得る．

$$\left[N_{an_b}\left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b}\right)^{-1} N_{an_b}^T\right]^{-1} = K_{11} - P^T Q_{n_b} P \tag{103}$$

なお，次式を得る．

$$Q_{n_b} \ge 0 \quad (0 \le n_b < n) \tag{104}$$

（証明）式 (61) 及び式 (96) より，式 (97)，(99) 及び

(100) を使用して，次式を得る．

$$A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & H_{n_b}^T G_{11} H_{n_b} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{105}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (106) は $6 \times (n - n_b)$ の行列である．

$$K_{12} = \begin{pmatrix} A_l^T G_{11} H_{n_b} + A_{ld}^T G_{12}^T H_{n_b} \\ A_l^T G_{12}^T H_{n_b} \end{pmatrix} \quad (0 \le n_b < n) \tag{106}$$

なお，式 (106) 及び (98) より，次式を得る．

$$K_{12} = P^T H_{n_b} \quad (0 \le n_b < n) \tag{107}$$

式 (69) より式 (105) は正則であるので，式 (92) 及び付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$\left[N_{an_b} \left(A_{n_b}^T V^{-1} A_{n_b} \right)^{-1} N_{an_b}^T \right]^{-1} = K_{11} - K_{12} \left(H_{n_b}^T G_{11} H_{n_b} \right)^{-1} K_{12}^T \quad (0 \le n_b < n) \tag{108}$$

式 (108) に，式 (107) 及び (101) を使用して，$0 \le n_b < n$ のとき，式 (103) を得る．

また，式 (96) より $G_{11} > 0$ であるので，式 (101) に付録の性質 A·7 を使用して，式 (104) を得る．

一方，式 (63) 及び (96) より，式 (97) を使用して，次式を得る．

$$A_n^T V^{-1} A_n = K_{11} \tag{109}$$

式 (92) 及び (109) より，式 (97) を使用して，次式を得る．

$$\left[N_{an} \left(A_n^T V^{-1} A_n \right)^{-1} N_{an}^T \right]^{-1} = K_{11} \tag{110}$$

式 (103) 及び (110) より，式 (102) を得る．（証明終）

ここで，式 (56) の n_b において，次式のように二つの値を定義する．

$$0 \le n_{b(S)} \le n_{b(L)} \le n \tag{111}$$

次の性質は，式 (95) より，n_b（マルチパスの影響を受けないと判定された距離観測値の個数）の値が大きい方が，式 (93) で算出した提案法のランダム誤差が小さいことを示す．

（性質 14）式 (68) が成立すれば，次式が成立する．

$$N_{an_{b(L)}} \left(A_{n_{b(L)}}^T V^{-1} A_{n_{b(L)}} \right)^{-1} N_{an_{b(L)}}^T \le N_{an_{b(S)}} \left(A_{n_{b(S)}}^T V^{-1} A_{n_{b(S)}} \right)^{-1} N_{an_{b(S)}}^T \tag{112}$$

（証明）式 (103) より，次式を得る．

$$\left[N_{an_{b(L)}} \left(A_{n_{b(L)}}^T V^{-1} A_{n_{b(L)}} \right)^{-1} N_{an_{b(L)}}^T \right]^{-1} - \left[N_{an_{b(S)}} \left(A_{n_{b(S)}}^T V^{-1} A_{n_{b(S)}} \right)^{-1} N_{an_{b(S)}}^T \right]^{-1} = P^T \left[Q_{n_{b(S)}} - Q_{n_{b(L)}} \right] P \tag{113}$$

ここで，$0 \le n_{b(L)} < n$，C_{11} は $n_{b(S)} \times n_{b(S)}$ の正値対称行列，C_{22} は $(n_{b(L)} - n_{b(S)}) \times (n_{b(L)} - n_{b(S)})$ の正値対称行列，C_{33} は $(n - n_{b(L)}) \times (n - n_{b(L)})$ の正値対称行列として，式 (96) より，次式を定義する．

$$G_{11} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12}^T & C_{22} & C_{23} \\ C_{13}^T & C_{23}^T & C_{33} \end{pmatrix} > 0 \tag{114}$$

$$F_{22} = \begin{pmatrix} C_{22} & C_{23} \\ C_{23}^T & C_{33} \end{pmatrix} > 0 \tag{115}$$

すると，式 (101) 及び式 (59) より，式 (114) 及び (115) を使用して，次式を得る．

$$Q_{n_b(S)} = \begin{pmatrix} O_{n_{b(S)}, n_{n_{b(S)}}} & O_{n_{b(S)}, n - n_{b(S)}} \\ O_{n - n_{b(S)}, n_{n_{b(S)}}} & F_{22}^{-1} \end{pmatrix} \tag{116}$$

$$Q_{n_{b(L)}} = \begin{pmatrix} O_{n_{b(L)}, n_{b(L)}} & O_{n_{b(L)}, n - n_{b(L)}} \\ O_{n - n_{b(L)}, n_{b(L)}} & C_{33}^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{n_{b(S)}, n_{b(S)}} & O_{n_{b(S)}, n_{b(L)} - n_{b(S)}} & O_{n_{b(S)}, n - n_{b(L)}} \\ O_{n_{b(L)} - n_{b(S)}, n_{b(S)}} & O_{n_{b(L)} - n_{b(S)}, n_{b(L)} - n_{b(S)}} & O_{n_{b(L)} - n_{b(S)}, n - n_{b(L)}} \\ O_{n - n_{b(L)}, n_{b(S)}} & O_{n - n_{b(L)}, n_{b(L)} - n_{b(S)}} & C_{33}^{-1} \end{pmatrix} \tag{117}$$

式 (115) に，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$\begin{pmatrix} O_{n_{b(L)} - n_{b(S)}, n_{b(L)} - n_{b(S)},} & O_{n_{b(L)} - n_{b(S)}, n - n_{b(L)}} \\ O_{n - n_{b(L)}, n_{b(L)} - n_{b(S)}} & C_{33}^{-1} \end{pmatrix} \le F_{22}^{-1} \tag{118}$$

式 (116)～(118) より，次式を得る．

$$Q_{n_{b(S)}} \ge Q_{n_{b(L)}} \quad (0 \le n_{b(L)} < n) \tag{119}$$

一方，式 (104) 及び (102) より，次式を得る．

$$Q_{n_{b(S)}} \geq Q_n \tag{120}$$

式 (113) に，式 (119) 及び (120) を使用すれば，付録の性質 A·7 より，次式を得る．

$$\left[N_{an_{b(L)}}\left(A^T_{n_{b(L)}}V^{-1}A_{n_{b(L)}}\right)^{-1}N^T_{an_{b(L)}}\right]^{-1} \geq \left[N_{an_{b(S)}}\left(A^T_{n_{b(S)}}V^{-1}A_{n_{b(S)}}\right)^{-1}N^T_{an_{b(S)}}\right]^{-1} \tag{121}$$

式 (121) より，付録の性質 A·4 を使用して，式 (112) を得る．（証明終）

ところで，式 (112) 両辺の推定誤差共分散行列の対角成分は，位置及び速度推定誤差の分散である．なお，$n_{b(S)} = 0$ の場合が従来法である．したがって，付録の性質 A·6 より，性質 14 は未知数削減法の位置，速度の推定誤差の分散は x，y，z 成分とも従来法以下を示す．

5.3 距離バイアス誤差の推定誤差

次の性質は，式 (53) で算出したバイアス検出法による距離バイアスの推定誤差共分散行列と観測雑音共分散行列との関係式を示す．

（性質 15）式 (68) が成立すれば，次式が成立する．

$$E\left[(\underline{\hat{a}}_b - \underline{a}_b)(\underline{\hat{a}}_b - \underline{a}_b)^T\right] = V_l - V_{ld}V_d^{-1}V_{ld}^T + L^T\left[B^TV_d^{-1}B\right]^{-1}L \tag{122}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (123) は $n \times 6$ の行列，式 (124) は $6 \times n$ の行列である．

$$B = \begin{pmatrix} A_{ld} & A_l \end{pmatrix} \tag{123}$$

$$L = \begin{pmatrix} A_l^T - A_{ld}^TV_d^{-1}V_{ld}^T \\ -A_l^TV_d^{-1}V_{ld}^T \end{pmatrix} \tag{124}$$

また，距離とドップラーの観測雑音が無相関（$V_{ld} = O_{n,n}$）のとき，次式を得る．

$$E\left[(\underline{\hat{a}}_b - M\underline{a})(\underline{\hat{a}}_b - M\underline{a})^T\right] = V_l + \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} \end{pmatrix}\left[B^TV_d^{-1}B\right]^{-1}\begin{pmatrix} A_l^T \\ O_{3,n} \end{pmatrix} \tag{125}$$

（証明）式 (32) 及び式 (96) より，式 (97)～(100) を使用して，次式を得る．

$$A^TV^{-1}A = \begin{pmatrix} K_{11} & P^T \\ P & G_{11} \end{pmatrix} \tag{126}$$

式 (126) に，式 (50) 及び付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$M(A^TV^{-1}A)^{-1}M^T = G_{11}^{-1} + G_{11}^{-1}P\left[K_{11} - P^TG_{11}^{-1}P\right]^{-1}P^TG_{11}^{-1} \tag{127}$$

式 (98) より，次式を得る．

$$P^TG_{11}^{-1} = \begin{pmatrix} A_l^T + A_{ld}^TG_{12}^TG_{11}^{-1} \\ A_l^TG_{12}^TG_{11}^{-1} \end{pmatrix} \tag{128}$$

式 (97) 及び式 (128) より，式 (98)～(100) を使用して，次式を得る．

$$K_{11} - P^TG_{11}^{-1}P = \begin{pmatrix} A_{ld}^TSA_{ld} & A_{ld}^TSA_l \\ A_l^TSA_{ld} & A_l^TSA_l \end{pmatrix} \tag{129}$$

ここで，次式を定義する．

$$S = G_{22} - G_{12}^TG_{11}^{-1}G_{12} \tag{130}$$

式 (129) 及び (123) より，次式を得る．

$$K_{11} - P^TG_{11}^{-1}P = B^TSB \tag{131}$$

ここで，式 (36) 及び (96) に，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$G_{22} - G_{12}^TG_{11}^{-1}G_{12} = V_d^{-1} \tag{132}$$

$$G_{11} = \left[V_l - V_{ld}V_d^{-1}V_{ld}^T\right]^{-1} \tag{133}$$

$$G_{12}^T = -V_d^{-1}V_{ld}^TG_{11} \tag{134}$$

式 (134) より，次式を得る．

$$G_{12}^TG_{11}^{-1} = -V_d^{-1}V_{ld}^T \tag{135}$$

式 (131) に，式 (130) 及び (132) を使用して，次式を得る．

$$K_{11} - P^TG_{11}^{-1}P = B^TV_d^{-1}B \tag{136}$$

式 (128) 及び (135) より，式 (124) を使用して，次式を得る．

$$P^TG_{11}^{-1} = L \tag{137}$$

式 (127) に，式 (133)，(136) 及び (137) を使用すれば，式 (53) より，式 (122) を得る．

距離とドップラーの観測雑音が無相関（$V_{ld} = O_{n,n}$）のとき，式 (122) 及び (124) より，式 (125) を得る．（証明終）

なお，式 (122) あるいは (125) における

$\left[B^T V_d^{-1} B\right]^{-1}$ は，従来法の位置，速度推定誤差共分散行列である [13].

ところで，式 (125) の右辺の第 1 項，第 2 項の i 番目の対角成分をそれぞれ σ_i^2，σ_{ri}^2 とする．すると，距離とドップラーの観測雑音が無相関のとき，式 (54) のバイアス誤差推定値の分散は，直観的に理解しやすい次式となる．

$$\sigma_{bi}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_{ri}^2 \tag{138}$$

ここで，σ_i^2 は i 番目の受信局の距離観測雑音の分散，式 (125) 及び (11) より σ_{ri}^2 は i 番目の受信局の距離推定誤差の分散である．

5.4 数 値 例

次の例は，性質 14 に対応し，マルチパスの影響を受けないと判定された距離観測値数 $\mathrm{n_b}$ が大きいほど位置及び推定精度が改善する場合を示す．なお，$\mathrm{n_b}$ が 0 のときが従来のバイアス検出法である．

（例 1）簡単のため，二次元の xy 平面で考える．また，距離観測雑音の標準偏差は 10m，ドップラー観測雑音の標準偏差は 0.1m/s，距離とドップラーは無相関，測位計算のための初期値は真値とする．ここで，送信機を有する目標の位置ベクトル $\underline{L}$ 及び速度ベクトル $\dot{\underline{L}}$ を次式とする．

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 10km \\ 10km \end{pmatrix},\ \dot{\underline{L}} = \begin{pmatrix} 200m/s \\ 0m/s \end{pmatrix} \tag{139}$$

また，固定位置にある受信局 $\underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ の位置を次式とする．

$$\underline{B}_1 = \begin{pmatrix} 0m \\ 0m \end{pmatrix},\ \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} 10km \\ 0m \end{pmatrix},$$
$$\underline{B}_3 = \begin{pmatrix} 0m \\ 10km \end{pmatrix},\ \underline{B}_4 = \begin{pmatrix} 20km \\ 20km \end{pmatrix} \tag{140}$$

観測雑音の仮定より，式 (36) は次式に対応する．

$$V = \begin{pmatrix} 100I_4 & O_{4,4} \\ O_{4,4} & 0.01I_4 \end{pmatrix} \tag{141}$$

式 (139) 及び (140) より，式 (13) 及び (28) は，次式に対応する．

$$A_l = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{142}$$

表 1 推定精度の比較
Table 1 Comparison of estimated accuracy.

$\mathrm{n_b}$	位置		速度	
	x	y	x	y
0	8.66	13.23	0.100	0.141
2	6.05	6.44	0.091	0.115
4	4.80	5.77	0.088	0.103

$$A_{ld} = 0.02 \begin{pmatrix} 1/2\sqrt{2} & -1/2\sqrt{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/2\sqrt{2} & -1/2\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{143}$$

式 (142) 及び (143) より，式 (32) 及び (61) は，次式に対応する．

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{4,2} & I_4 \\ A_{ld} & A_l & O_{4,4} \end{pmatrix} \tag{144}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} A_l & O_{4,2} & H_2 \\ A_{ld} & A_l & O_{4,2} \end{pmatrix} \tag{145}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} A_l & O_{4,2} \\ A_{ld} & A_l \end{pmatrix} \tag{146}$$

ここで，次式を定義する．

$$H_2 = \begin{pmatrix} O_{2,2} \\ I_2 \end{pmatrix} \tag{147}$$

表 1 は，式 (141) 及び (144)～(146) より算出した位置及び速度の推定誤差の標準偏差を示す．ここで，$\mathrm{n_b}$ が 2 のときは，$\underline{B}_i$ $(i = 1, 2)$ がマルチパスの影響を受けないとした．なお，位置の単位は m，速度の単位は m/s である．

6. む す び

本論文では，従来のバイアス検出法のバイアス誤差推定値をその推定誤差の分散で正規化した値が小さい距離はマルチパスの影響を受けないと判定し，距離バイアス誤差を未知数とせずに位置と速度を再推定する方法を提案した．提案法では，マルチパスの影響を受けないと判定された距離が多いほど，すなわちバイアス誤差を未知数とする距離が少ないほど，位置と速度の推定誤差共分散行列が小さいことを示した．なお，従来のバイアス検出法は，全ての距離でバイアス誤差を未知数とする場合である．また，バイアス検出法で位置，速度及び距離バイアス誤差が推定可能ならば，

提案法でも推定可能なことを示した．更に，バイアス誤差推定誤差の分散は，距離とドップラーの観測雑音が無相関のとき，距離観測雑音の分散と距離推定誤差の分散の和から算出されることを明らかにした．

文　　献

[1] 佐田達典，GPS 測量技術，オーム社，東京，2003.

[2] J. Yan, C.C.J.M. Tiberious, G.J.M. Janssen, P.J.G. Teunissen, and G. Bellusci, "Review of range-based positioning algorithms," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. Mag., vol.28, no.6, pp.2–27, Aug. 2013.

[3] 安田明生，"GPS の現状と展望，" 信学誌，vol.82, no.12, pp.1207–1215, Dec. 1999.

[4] Y. Bar-Shalom, X.R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.

[5] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

[6] 福島荘之介，理解するための GPS 測位計算プログラム入門（その 3）測位計算のはなし，航空無線，no.36, 夏期, 2003.

[7] 坂井丈泰，GPS 技術入門，東京電機大学出版局，東京，2003.

[8] 小菅義夫，"特異値による TOA 測位精度の解析，" 信学論（B），vol.J96-B, no.3, pp.366–372, March 2014.

[9] W.H. Foy, "Position-location solutions by Taylor-series estimation," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.12, no.2, pp.187–194, March 1976.

[10] P.C. Chen, "A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation," Wireless Communications and Networking Conference, IEEE WCNC 1999, pp.316–320, 1999.

[11] W.K. Chao and K.T. Lay, "Mobile Positioning and Tracking Based on TOA TSOA TDOA AOA with NLOS-Reduced Distance Measurement," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.12, pp.2043–2053, Dec. 2007.

[12] K.T. Lay and W.K. Chao, "Mobile positioning based on TOA/TSOA/TDOA measurements with NLOS error reduction," Proc. International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, pp.545–548, Dec. 2005.

[13] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，秋田　学，稲葉敬之，"ドップラーとバイアス誤差を有する距離とを観測値とする三次元の位置及び速度推定，" 信学論（B），vol.J100-B, no.3, pp.280–290, March 2017.

[14] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，秋田　学，稲葉敬之，"距離とドップラーを観測値とするテイラー級数推定法を用いた三次元の位置及び速度推定の解析，" 信学論（B），vol.J98-B, no.8, pp.830–839, Aug. 2015.

[15] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[16] 中川　徹，小柳義夫，最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，東京，1982.

[17] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，秋田　学，稲葉敬之，"テイラー級数推定法を用いた TSOA による測位法の性能，" 信学論（B），vol.J99-B, no.10, pp.966–975, Oct. 2016.

付　　録

（定理 1）D は $(m+n)\times(m+n)$，D_{11} は $m\times m$，D_{22} は $n\times n$ の行列で，

$$D=\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix} \geq 0 \tag{A·1}$$

とする．すると，D が正則ならば，D_{11}，D_{22}，$H_1 = D_{11} - D_{12}D_{22}^{-1}D_{12}^T$ 及び $H_2 = D_{22} - D_{12}^T D_{11}^{-1} D_{12}$ は，正値対称行列で，次式が成立する [5], [13].

逆に，D_{22}，H_1 が正則あるいは D_{11}，H_2 が正則ならば，次式が成立する [5], [13].

$$\begin{aligned} & D^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} D_{11}^{-1}+D_{11}^{-1}D_{12}H_2^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1}D_{12}H_2^{-1} \\ -H_2^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & H_2^{-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} H_1^{-1} & -H_1^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \\ -D_{22}^{-1}D_{12}^T H_1^{-1} & D_{22}^{-1}+D_{22}^{-1}D_{12}^T H_1^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A·2}$$

更に，次式が成立する [17].

$$\begin{pmatrix} O_{m,m} & O_{m,n} \\ O_{n,m} & D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \leq D^{-1} \tag{A·3}$$

（行列の大小関係関連における諸結果）

D，D_1，D_2，D_3 を $n\times n$ の実対称行列とする．まず，$D_1 - D_2 > 0$ を $D_1 > D_2$ と定義する．また，$D_1 - D_2 \geq 0$ を $D_1 \geq D_2$ と定義する．

つぎに，$(\underline{x},\underline{y}) = \underline{x}^T\underline{y}$ はベクトル $\underline{x}$，$\underline{y}$ の内積を表すとする．すると，次の性質を得る．

（性質 A·1）$D \geq 0$（固有値が全て非負）と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$ に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x},\underline{x}) \geq 0 \tag{A·4}$$

（性質 A·2）$D > 0$（固有値が全て正）と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$（ただし，$\underline{x} \neq \underline{0}$）に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x},\underline{x}) > 0 \tag{A·5}$$

（性質 A·3）$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_3$ のとき，

$D_1 \geq D_3$ である．また，$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_1$ のとき，$D_1 = D_2$ である．すなわち，本論文の行列の大小関係は半順序関係（partially order）である．

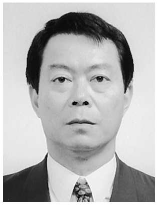
（性質 A·4）$D_1 \geq D_2 > 0$ ならば，$D_2^{-1} \geq D_1^{-1} > 0$ である．

（性質 A·5）$D > 0$ ならば，D の対角成分は正である．

（性質 A·6）$D \geq 0$ ならば，D の対角成分は非負である．

（性質 A·7）$D \geq 0$ ならば，$0 \leq F^T DF$ である．

（2019 年 3 月 11 日受付，8 月 6 日早期公開）



小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 26 より，電子航法研究所及び電通大勤務．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．工博．IEEE シニア会員．

古賀　　禎　（正員）

平 5 年東京理科大・理工・電気卒．平 7 年同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 年カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

呂　　暁東　（正員）

平 17 東工大大学院情報理工学研究科博士課程了．同年同大学助教．平 24 電子航法研究所入所．工博．分散コンピューティング，航空監視システム，交通情報システムなどの研究に従事．IEEE シニア会員．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．