論　文

Taylor 級数推定法による TOA 測位における初期値

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　呂　暁東[†]
稲葉　敬之[††]

An Initial Guess of TOA Location System by Taylor-series Estimation Method

Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Xiaodong LU[†], and Takayuki INABA[††]

あらまし　目標と受信局間の距離を同時に複数観測し目標位置を推定する TOA（Time of Arrival）測位について述べる．Taylor 級数推定法（TS 法）は距離を線形近似するために目標位置初期値を設定する必要がある．一方，目標位置初期値なしで，距離観測値自乗の受信局間の差より作成した連立方程式を直接解いて目標位置を推定する方法が報告されている（D 法）．本論文では，同一平面上にない 4 個の受信局が存在する場合，D 法で解が一意的に求まるとともに，目標位置にかかわらず TS 法でも解が求まることを示した．したがって，同一平面上にない 4 個以上の受信局で求めた D 法の解を初期値にして，TS 法で目標位置が推定可能である．更に，この場合，TS 法の推定精度は D 法以上であることを解析的に示した．この結果，TS 法の初期値として D 法の解が有効であることが分かった．

キーワード　TOA，測位，誤差解析，距離，Taylor 級数推定法

1. まえがき

TOA（Time of Arrival）測位は，送受信機間の距離を同時に複数観測し，送信機あるいは受信機を搭載する目標の位置を推定する [1]〜[8]．なお，記述を簡単にするため，本論文では目標が送信機を有するとする．

距離は未知数である三次元の目標位置の非線形関数である．したがって，推定は非線形の連立方程式を解くことと等価となる．この連立方程式を解くため，GPS 等では目標位置初期値を仮に与え Taylor 展開により線形近似して得た線型モデルに，重み付き最小自乗法 [9], [10] を使用し解を算出している [2]〜[8]．更に，得られた解を目標位置初期値に再設定して同一の処理を繰り返すことで，解の算出精度向上を図っている [2]〜[8]．この解法を Taylor 級数推定法（TS (Taylor Series) 法）と呼ぶ [11].

TS 法は目標位置初期値をあらかじめ設定する必要があるのが特徴である．この TS 法で三次元の目標位置を推定するには最低 3 個の距離，したがって 3 個以上の受信局が必要である．なお，TS 法では，受信局と目標位置初期値を結ぶ直線上のベクトルのうちいずれか 3 個が 1 次独立なら解が存在する [7], [8].

一方，目標位置初期値なしで，距離自乗の受信局間の差より作成した連立方程式を直接解いて目標位置を推定する方法も報告されている（D (Direct) 法と呼ぶ）[12]〜[14]．なお，D 法では最低 3 個の距離自乗差，したがって 4 個以上の受信局が必要である．また，D 法では解が存在しても複数ある場合がある [12].

D 法での複数の解を初期値にすれば，TS 法も初期値ごとに異なる解をもつことになる．なお，D 法で複数の解がある場合，受信局を増やして解を求め直すことが提案されている [12]．ただし，文献 [12] では解が存在するための条件は示されていない．

また，受信局 5 個の場合のシミュレーションにより，初期値を適正に選べば，TS 法の推定精度は D 法以上と報告されている [12]．しかし，初期値の決め方に対する提案はない [12].

† 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaiji-higashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
†† 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, The University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan
DOI:10.14923/transcomj.2019JBP3006

一方，4 個の受信局を使用して D 法で求めた解を TS 法の初期値にするとの提案がなされている [13]．ただし，TS 法の推定精度が D 法以上との保証がないと，TS 法を使用して再計算する意味がない．なお，文献 [13] では推定精度の比較はない．

本論文では，D 法で解が一意的に求まる条件を明らかにする．また，この条件と TS 法で解が得られる条件との関連を明らかにする．更に，D 法で求めた解を TS 法の初期値にした場合の位置推定精度が，必ず D 法以上かどうかを解析的に明らかにする．

2. Taylor 級数推定法

ここでは，n 個の距離観測値から，Taylor 級数推定法により目標位置を推定する TOA 測位について述べる [2]～[8]．

2.1 距離の観測モデル

目標とは異なる位置にある i $(i = 1, \cdots, n)$ 番目の受信局の位置ベクトル $\underline{B}_i$（既知：B は Base の略）を，D^T は行列の転置行列を表すとして，次式で表す．なお，座標系は，三次元直交座標を使用する

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \tag{1}$$

つぎに，目標の位置ベクトル $\underline{L}$（未知：L は Location の略）を次式で表す．

$$\underline{L} = (x, y, z)^T \tag{2}$$

すると，i 番目の送受信局間の距離の真値 R_i（R は Range の略）は次式となる．

$$R_i = f_i(\underline{L}) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f_i(\underline{L}) = \sqrt{(\underline{B}_i - \underline{L})^T(\underline{B}_i - \underline{L})} \tag{4}$$

すると，i 番目の送受信局間の距離の観測値 R_{io} は次式となる（o は observation の略）．

$$R_{io} = R_i + v_i \tag{5}$$

ここで，v_i はランダムな観測誤差である．

すると，次の性質を得る [2]～[8]．

（性質 1）目標位置推定のための初期値を $\underline{L}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ とすると，次式を得る．

$$\Delta R_{io} \approx \underline{\omega}(i)\underline{a} + v_i \tag{6}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Delta R_{io} = R_{io} - f_i(\underline{L}_0) \tag{7}$$

$$\underline{\omega}(i) = (\underline{L}_0 - \underline{B}_i)^T / f_i(\underline{L}_0) \tag{8}$$

$$\underline{a} = \underline{L} - \underline{L}_0 \tag{9}$$

2.2 線形モデル

距離観測値を n 個得るとすれば，式 (6) より次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b} = A\underline{a} + \underline{v} \tag{10}$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{b} = (\Delta R_{1o}, \cdots, \Delta R_{no})^T \tag{11}$$

$$A = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(1)^T & \cdots & \underline{\omega}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{12}$$

$$\underline{v} = (v_1, \cdots, v_n)^T \tag{13}$$

観測雑音において，次式を仮定する．$E[\ ]$ は平均，$D > 0$ は行列 D が正値対称行列（固有値が全て正），$D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列（固有値が全て非負），$\underline{0}$ は零ベクトルを表す．なお，行列の大小関係関連における諸結果を付録にまとめた．

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \tag{14}$$

$$V = E\left[\underline{v}\,\underline{v}^T\right] > 0 \tag{15}$$

2.3 重み付き最小自乗解

次の性質は，重み付き最小自乗法により，目標の位置が算出できることを示す [2]～[8]．

（性質 2）式 (10) において，重み付き最小自乗法 [9], [10] により，次式を最小とする $\hat{\underline{a}}$ を推定する．

$$J = (\underline{b} - A\hat{\underline{a}})^T V^{-1} (\underline{b} - A\hat{\underline{a}}) \tag{16}$$

解は，$A^T V^{-1} A$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}} = (A^T V^{-1} A)^{-1} A^T V^{-1} \underline{b} \tag{17}$$

次の性質は，重み付き最小自乗法により算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [3]～[9]．なお，式 (17) による目標位置推定を TS (Taylor Series) 法と呼ぶ．

（性質 3）式 (17) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}] = \underline{a} \tag{18}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}} - \underline{a})(\hat{\underline{a}} - \underline{a})^T\right] = (A^T V^{-1} A)^{-1} \tag{19}$$

次の性質は，式 (12) を構成する式 (8) の単位ベクトルの 1 次独立性より，式 (17) が算出可能かどうかを

判定できることを示す [8].
（性質 4）$\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ のうちいずれか 3 個が 1 次独立と，$A^T V^{-1} A$ が正則は等価である．

3. 直　接　法

ここでは，n 個の距離観測値から n − 1 個の距離観測値自乗の差を作成し，目標位置を推定する直接法について述べる．

3.1 距離自乗差の観測モデル

受信局 i $(i = 2, \cdots, n)$ の距離観測値の自乗と，受信局 1 の距離観測値の自乗との差より，つぎの性質を得る [13], [14].
（性質 5）観測雑音の自乗を微小とすれば，次式を得る．

$$a_{io} \approx [\underline{B}_1 - \underline{B}_i]^T \underline{L} + (R_i v_i - R_1 v_1) \quad (i = 2, 3, \cdots, n) \tag{20}$$

ここで，次式を定義する．

$$2a_{io} = R_{io}^2 - R_{1o}^2 - \left(\underline{B}_i^T \underline{B}_i - \underline{B}_1^T \underline{B}_1\right) \tag{21}$$

（証明）式 (5) より，観測雑音の自乗は微小の仮定を使用して，次式を得る．

$$R_{io}^2 - R_{1o}^2 \approx R_i^2 - R_1^2 + 2(R_i v_i - R_1 v_1) \quad (i = 2, 3, \cdots, n) \tag{22}$$

式 (3) 及び (4) より，次式を得る．

$$R_i^2 = \underline{B}_i^T \underline{B}_i - 2\underline{B}_i^T \underline{L} + \underline{L}^T \underline{L} \tag{23}$$

式 (23) より，次式を得る．

$$R_i^2 - R_1^2 = \underline{B}_i^T \underline{B}_i - \underline{B}_1^T \underline{B}_1 + 2[\underline{B}_1 - \underline{B}_i]^T \underline{L} \quad (i = 2, 3, \cdots, n) \tag{24}$$

式 (22) 及び (24) より，式 (21) を使用して，式 (20) を得る．（証明終）

3.2 線形モデル

距離観測値自乗の差を n − 1 個得るとすれば，式 (20) より，次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b}_D = A_D \underline{L} + \underline{v}_D \tag{25}$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{b}_D = (a_{2o}, \cdots, a_{no})^T \tag{26}$$

$$A_D = (\ \underline{B}_1 - \underline{B}_2 \quad \cdots \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_n\ )^T \tag{27}$$

$$\underline{v}_D = (R_2 v_2 - R_1 v_1, \cdots, R_n v_n - R_1 v_1)^T \tag{28}$$

なお，式 (28) に，式 (14) 及び (13) を使用し，次式を得る．

$$E\left[\underline{v}_D\right] = \underline{0} \tag{29}$$

また，次式を定義する．

$$V_D = E\left[\underline{v}_D \underline{v}_D^T\right] \tag{30}$$

次の性質は，式 (10) と (25) の観測モデル間の関連を示す．なお，式 (33)，(35) 及び (36) は，TS 法と直接法の推定精度比較のために使用する．
（性質 6）次式を得る．

$$\underline{v}_D = N\underline{v} \tag{31}$$

$$V_D = NVN^T \tag{32}$$

$$A_D = SA \tag{33}$$

ここで，次式を定義する．

$$N = \begin{pmatrix} -R_1 & R_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -R_1 & 0 & R_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -R_1 & 0 & \cdots & 0 & R_n \end{pmatrix} \tag{34}$$

また，

$$r_i = f_i(\underline{L}_0) \tag{35}$$

として，次式を定義する．

$$S = \begin{pmatrix} -r_1 & r_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -r_1 & 0 & r_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -r_1 & 0 & \cdots & 0 & r_n \end{pmatrix} \tag{36}$$

（証明）式 (13) 及び (28) より，式 (34) を使用して，式 (31) を得る．
式 (15) 及び (30) より，式 (31) を使用して，式 (32) を得る．
式 (8) より，式 (35) を使用して，次式を得る．

$$(\underline{L}_0 - \underline{B}_i)^T = r_i \underline{\omega}(i) \tag{37}$$

式 (37) より，次式を得る．

$$[\underline{B}_1 - \underline{B}_i]^T = r_i \underline{\omega}(i) - r_1 \underline{\omega}(1) \tag{38}$$

式 (12) 及び (27) より，式 (38) 及び (36) を使用して，式 (33) を得る．（証明終）

次の性質は，特別な条件なしで観測雑音共分散行列 V_D が正値対称行列となることを示す．

（性質 7）$R_i > 0$ $(i = 1, \cdots, n)$ とすれば，次式を得る．

$$0 < V_D \tag{39}$$

（証明）式 (32) 及び (15) より，付録の性質 A·7 を使用して次式を得る．

$$V_D \geq 0 \tag{40}$$

ここで，ベクトル $\underline{l}$ と $\underline{m}$ の内積を $(\underline{l}, \underline{m})$ とする．また，n − 1 次元実ベクトルとして次式を定義する．

$$\underline{d} = (d_1, \cdots, d_{n-1})^T \tag{41}$$

すると，式 (32) より，次式を得る．

$$(V_D\underline{d}, \underline{d}) = (VN^T\underline{d}, N^T\underline{d}) \tag{42}$$

また，

$$(V_D\underline{d}, \underline{d}) = 0 \tag{43}$$

とすれば，式 (42) 及び (15) より，次式を得る．

$$N^T\underline{d} = \underline{0} \tag{44}$$

したがって，式 (43) が成立すれば，式 (34) 及び (41) より，次式を得る．

$$N^T\underline{d} = \begin{pmatrix} -R_1\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} d_i\right) \\ R_2 d_1 \\ R_3 d_2 \\ \vdots \\ R_n d_{n-1} \end{pmatrix} = \underline{0} \tag{45}$$

式 (45) に $R_i > 0$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ の仮定及び式 (41) を使用し，次式を得る．

$$\underline{d} = \underline{0} \tag{46}$$

したがって，結論を得る．（証明終）

3.3 重み付き最小自乗解

次の性質は，重み付き最小自乗法により，目標の位置が算出できることを示す．なお，性質 7 より V_D は正則行列であり，その逆行列が存在する．

（性質 8）式 (25) において，重み付き最小自乗法 [9], [10] により，次式を最小とする $\hat{\underline{L}}_D$ を推定する．

$$J = (\underline{b}_D - A_D\hat{\underline{L}}_D)^T V_D^{-1}(\underline{b}_D - A_D\hat{\underline{L}}_D) \tag{47}$$

解は，$A_D^T V_D^{-1} A_D$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{L}}_D = (A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1} A_D^T V_D^{-1} \underline{b}_D \tag{48}$$

次の性質は，重み付き最小自乗法により算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，式 (48) による目標位置推定を D (Direct) 法と呼ぶ．

（性質 9）式 (48) は，次の性質を有する．

$$E\left[\hat{\underline{L}}_D\right] = \underline{L} \tag{49}$$

$$E\left[(\hat{\underline{L}}_D - \underline{L})(\hat{\underline{L}}_D - \underline{L})^T\right] = (A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1} \tag{50}$$

式 (20) あるいは (34) において，真値 R_i には，その観測値が代替できる．また，目標位置推定値 $\underline{L}_0$ が得られている場合は，R_i には目標位置推定値と受信局間の距離が使用できる．この場合も，R_i を R_{io} で代替した D 法で $\underline{L}_0$ を算出しておけば，D 法は目標位置初期値なしで目標位置を推定していることになる．

なお，D 法導出における観測雑音の自乗は微小の仮定を使用すれば，式 (5) より $R_{io}v_i \approx R_i v_i$ であるので，式 (28) において R_i を R_{io} で代替するのは近似誤差の範囲である．この結果は，性質 6 において R_i を R_{io} で代替するのも近似誤差の範囲であることを示す．

3.4 解の存在条件

次の性質は，受信局の位置ベクトルの差の 1 次独立性より，式 (48) が算出可能かどうかを判定できることを示す．

（性質 10）$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, \cdots, n)$ のうちいずれか 3 個が 1 次独立と，次式は等価である．

$$A_D^T V_D^{-1} A_D > 0 \tag{51}$$

（証明）まず，式 (27) より，$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, \cdots, n)$ のうちいずれか 3 個が 1 次独立と，A_D の階数が 3 は等価である．

つぎに，A_D の階数は 3 とする．ここで，$A_D^T V_D^{-1} A_D$ の固有値を λ，その固有ベクトルを $\underline{x}$ とすれば，次式を得る．

$$A_D^T V_D^{-1} A_D \underline{x} = \lambda \underline{x} \tag{52}$$

$$\underline{x} \neq \underline{0} \tag{53}$$

すると，式 (52) より，次式を得る．

$$(A_D^T V_D^{-1} A_D \underline{x}, \underline{x}) = \lambda(\underline{x}, \underline{x}) \tag{54}$$

式 (54) より，次式を得る．

$$(V_D^{-1} A_D \underline{x}, A_D \underline{x}) = \lambda(\underline{x}, \underline{x}) \tag{55}$$

A_D の階数は 3 の仮定より A_D を構成する 3 個の列ベクトルは 1 次独立であるので，式 (53) より次式を得る．

$$A_D \underline{x} \neq \underline{0} \tag{56}$$

式 (39) 及び (56) より，次式を得る．

$$(V_D^{-1} A_D \underline{x}, A_D \underline{x}) > 0 \tag{57}$$

式 (55) に，式 (57) 及び (53) を使用して，次式を得る．

$$\lambda > 0 \tag{58}$$

したがって，式 (51) を得る．

逆に，式 (51) が成立するとする．ここで，

$$A_D \underline{x} = \underline{0} \tag{59}$$

とする．

式 (59) より，次式を得る．

$$A_D^T V_D^{-1} A_D \underline{x} = \underline{0} \tag{60}$$

式 (60) に，式 (51) を使用して，次式を得る．

$$\underline{x} = \underline{0} \tag{61}$$

したがって，A_D の階数は 3 であるので，$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, \cdots, n)$ のうちいずれか 3 個は 1 次独立である．（証明終）

次の性質は，同一平面上にない 4 個の受信局が存在することと，式 (48) が算出可能とが等価であることを示す．ここで，$|D|$ は，行列 D の行列式を表す．

なお，次の式 (62) は，受信局 i，j，k と受信局 1 の位置ベクトルの差が 1 次独立を示す．

（性質 11）次式が成立することと，式 (51) は等価である．

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_i & y_1 - y_i & z_1 - z_i \\ x_1 - x_j & y_1 - y_j & z_1 - z_j \\ x_1 - x_k & y_1 - y_k & z_1 - z_k \end{vmatrix} \neq 0$$

$$(2 \leq i < j < k \leq n) \tag{62}$$

（証明）$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, \cdots, n)$ のうちいずれか 3 個が 1 次独立と，式 (62) が成立することは等価であるので，性質 10 より結論を得る．（証明終）

4. 考察

4.1 解の存在条件

D 法での目標位置推定値を初期値として TS 法で目標位置を推定する場合，D 法で推定可能ならば特別な条件を付加せずに TS 法でも可能なことが望ましい．

次の性質は，性質 4 及び 10 より，D 法で解が得られれば，TS 法でも解が得られることを示す．なお，性質 10 及び 11 より，同一平面上にない 4 個の受信局が存在すれば，目標位置初期値には関係なく，TS 法で解があると結論できる．

（性質 12）$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, 4)$ が 1 次独立ならば，$\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ のいずれか 3 個は 1 次独立である．

（証明）$\underline{B}_i - \underline{B}_1$ $(i = 2, 3, 4)$ が 1 次独立の仮定より，次式を得る．

$$|\, \underline{B}_1 - \underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_3 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_4 \,| \neq 0 \tag{63}$$

もし，$\underline{L}_0 - \underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ のいずれの 3 個も 1 次従属ならば，次式が成立する．

$$\begin{aligned} &|\, \underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3 \,| \\ &= |\, \underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_4 \,| \\ &= |\, \underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_4 \,| \\ &= |\, \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_4 \,| = 0 \end{aligned} \tag{64}$$

ここで，次式を得る．なお，証明を付録に示す．

$$\begin{aligned} &|\, \underline{B}_1 - \underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_3 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_4 \,| \\ &= |\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \,| - |\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_4 \,| \\ &\quad + |\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4 \,| - |\, \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4 \,| \end{aligned} \tag{65}$$

式 (63) 及び (65) より，次式を得る．

$$\begin{aligned} &|\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \,| - |\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_4 \,| \\ &+ |\, \underline{B}_1 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4 \,| - |\, \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4 \,| \neq 0 \end{aligned} \tag{66}$$

一方，次式を得る．なお，証明は式 (65) と同様である．

$$|\, \underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3 \,|$$

$$= |\,\underline{L}_0 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3\,| - |\,\underline{L}_0 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_3\,| + |\,\underline{L}_0 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_2\,| - |\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3\,| \quad (67)$$

式 (64) 及び (67) より，次式を得る．

$$|\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3\,| - |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_3\,| + |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2\,| - |\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3\,| = 0 \quad (68)$$

式 (68) と同様にして，次式を得る．

$$|\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_4\,| - |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_4\,| + |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2\,| - |\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_4\,| = 0 \quad (69)$$

$$|\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| - |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_4\,| + |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_1 \ \ \underline{B}_3\,| - |\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| = 0 \quad (70)$$

$$|\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| - |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_4\,| + |\,\underline{L}_0 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3\,| - |\,\underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| = 0 \quad (71)$$

式 (68) − 式 (69) + 式 (70) − 式 (71) より，次式を得る．

$$|\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3\,| - |\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_2 \ \ \underline{B}_4\,| + |\,\underline{B}_1 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| - |\,\underline{B}_2 \ \ \underline{B}_3 \ \ \underline{B}_4\,| = 0 \quad (72)$$

式 (66) と (72) は，矛盾しており，$\underline{L}_0 - \underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ のいずれの 3 個も 1 次従属は成立しない．すなわち $\underline{L}_0 - \underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ のいずれか 3 個は 1 次独立であり，また距離の初期値は $f_i(\underline{L}_0) > 0$ $(i = 1, \cdots, n)$ としてよいので，式 (8) より $\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ のいずれか 3 個は 1 次独立である．（証明終）

なお，性質 12 の逆は必ずしも成立しない．次は，その例である．

（例 1）受信局 4 個が下記の位置に存在するとする．

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, 0)^T \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (73)$$

なお，受信局 $\underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ は 1 直線上に存在しないとする．また，目標は，受信局と異なる下記の位置に存在するとする．

$$\underline{L}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T, \ z_0 \neq 0 \quad (74)$$

この場合，$\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, 3)$ は 1 次独立であるが，$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, 4)$ は 1 次従属である．

（証明）式 (73) より，次式を得る．

$$|\,\underline{B}_1 - \underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_3 \quad \underline{B}_1 - \underline{B}_4\,| = 0 \quad (75)$$

式 (75) より，$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, 4)$ は 1 次従属である．

式 (73) 及び (74) より，次式を得る．

$$|\,\underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3\,| = z_0 \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_3 - x_1 \\ y_1 - y_2 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \quad (76)$$

式 (76) に，$z_0 \neq 0$ 及び受信局は 1 直線上に存在しないとの仮定を使用して，次式を得る．

$$|\,\underline{L}_0 - \underline{B}_1 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_2 \quad \underline{L}_0 - \underline{B}_3\,| \neq 0 \quad (77)$$

式 (77) より，$\underline{L}_0 - \underline{B}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ は 1 次独立である．したがって，式 (8) より $\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, 3)$ は 1 次独立である．（証明終）

4.2 推定誤差共分散行列

D 法で推定した目標位置を $\underline{L}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ とする．すると，この推定値より，式 (4) を使用して距離の推定値 $f_i(\underline{L}_0)$ $(i = 1, \cdots, n)$ が算出できる．この推定値を距離の真値 R_i $(i = 1, \cdots, n)$ の代わりに使用して，D 法で目標位置を再推定することができる．なお，D 法で目標位置を初めて推定する場合，R_i は R_{io} で代替できる．一方，$\underline{L}_0$ を初期値とし，式 (17) を使用して TS 法で目標位置が推定可能である．ここでは，どちらが有利かを考察する．

式 (17) は，式 (9) の推定値であるので，TS 法の目標位置推定値 $\hat{\underline{L}}$ は次式となる．

$$\hat{\underline{L}} = \hat{\underline{a}} + \underline{L}_0 \quad (78)$$

したがって，式 (78) の推定誤差は，式 (9) より，次式となる．

$$\hat{\underline{L}} - \underline{L} = \hat{\underline{a}} - \underline{a} \quad (79)$$

この結果，TS 法の目標位置推定誤差共分散行列は式 (19) と一致する．このため，推定精度の比較は，式 (19) と式 (50) を比較すればよい．

次の性質は，式 (19) と式 (50) より，TS 法の推定精度は，D 法以上であることを示す．なお，次の式 (80) は，D 法で推定した目標位置 $\underline{L}_0$ 以外でも成立する．例えば，TS 法の推定結果，他システムより得られた目標位置あるいは目標位置の真値を使用しても成立する．

（性質 13）式 (51) が成立するとする．また，$\underline{L}_0$ を TS 法の初期値とするとともに，D 法において $f_i(\underline{L}_0)$ で距離の真値を代替すれば次式を得る．

$$(A^T V^{-1} A)^{-1} \leq (A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1} \quad (80)$$

（証明）$P > 0$，$R > 0$ ならば，次式が成立する（文献[15] の式 (7B.5)）．

$$(P^{-1} + M^T R^{-1} M)^{-1} = P - PM^T(MPM^T + R)^{-1}MP \tag{81}$$

I_n を $n \times n$ の単位行列とすれば，任意の自然数 m に対して，式 (81) 及び (15) より，式 (34) を使用して，次式を得る．

$$V - VN^T\left(NVN^T + \frac{1}{m}I_{n-1}\right)^{-1}NV = (V^{-1} + N^T \cdot mI_{n-1} \cdot N)^{-1} \tag{82}$$

任意の自然数 m に対して，式 (15) より，次式を得る．

$$(V^{-1} + N^T \cdot mI_{n-1} \cdot N)^{-1} > 0 \tag{83}$$

式 (82) に，式 (83) を使用して，次式を得る．

$$V - VN^T\left(NVN^T + \frac{1}{m}I_{n-1}\right)^{-1}NV > 0 \tag{84}$$

式 (84) において，極限（$m \to \infty$）をとり，次式を得る．

$$V - VN^T(NVN^T)^{-1}NV \geq 0 \tag{85}$$

式 (85) より，付録の性質 A·7 を使用して，次式を得る．

$$V^{-1} - N^T(NVN^T)^{-1}N \geq 0 \tag{86}$$

式 (86) より，付録の性質 A·7 を使用して，次式を得る．

$$A^TV^{-1}A - A^TN^T(NVN^T)^{-1}NA \geq 0 \tag{87}$$

式 (35) において仮定より $r_i = f_i(\underline{L}_0) = R_i$ であるので，式 (34) 及び (36) より，次式を得る．

$$N = S \tag{88}$$

式 (87) に，式 (88) を使用して，次式を得る．

$$A^TV^{-1}A - A^TS^T(NVN^T)^{-1}SA \geq 0 \tag{89}$$

式 (89) に，式 (32) 及び (33) を使用して，次式を得る．

$$A_D^TV_D^{-1}A_D \leq A^TV^{-1}A \tag{90}$$

式 (90) 及び (51) より，付録の性質 A·4 を使用して，式 (80) を得る．（証明終）

4.3 二次元平面での数値例

仮に D 法と TS 法の推定誤差共分散行列が常に等しいとしても，式 (80) は成立する．もしそうであれば，TS 法を使用して再計算する意味はない．ここでは，常に等しいとの結論は得られないことを，幾何学的な理解及び計算が容易な二次元平面の例で示す．また，一意的な解が得られない例を示す．なお，二次元平面では，二次元ベクトル $\underline{\omega}(i)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ のうちいずれか 2 個が 1 次独立と TS 法で解があるは等価である．また，同一直線上にない 3 個の受信局が存在（二次元ベクトル $\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, \cdots, n)$ のうちいずれ 2 個が 1 次独立と等価）すると D 法で解があるは等価である．

（例 2）推定誤差共分散行列が異なる例

受信局 3 個が下記の位置に存在するとする．

$$\underline{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \underline{B}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{91}$$

目標は，下記のように原点に存在するとする．

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{92}$$

式 (92) 及び (91) より，受信局 i と目標間の距離の真値として次式を得る．

$$R_i = 1 \quad (i = 1, 2, 3) \tag{93}$$

式 (91) より，次式を得る．

$$\underline{B}_1 - \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix},\ \underline{B}_1 - \underline{B}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{94}$$

式 (27) 及び (94) より，次式を得る．

$$A_D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \tag{95}$$

式 (15) の TS 法の観測雑音共分散行列は，各受信局の距離の観測雑音の分散を σ^2 として，次式とする．

$$V = \sigma^2 I_3 \tag{96}$$

式 (34) 及び (93) より，次式を得る．

$$N = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{97}$$

式 (32) に，式 (97) 及び (96) を使用して，次式を得る．

$$V_D = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \tag{98}$$

式 (98) より，次式を得る．

$$V_D^{-1} = \frac{1}{3\sigma^2} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \tag{99}$$

式 (95) 及び (99) より，次式を得る．

$$A_D^T V_D^{-1} A_D = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2/3 \end{pmatrix} \tag{100}$$

D 法の推定誤差共分散行列は，式 (50) 及び (100) より次式となる．

$$(A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 3/2 \end{pmatrix} \tag{101}$$

次に，TS 法について述べる．

D 法の使用する観測値を式 (93) とし，TS 法による測位計算のための初期値は真値の式 (92) とする．すると，受信局 i と目標の初期位置間の式 (8) の単位ベクトルとして，式 (91) 及び (92) より，次式を得る．

$$\underline{\omega}(1) = (-1, 0),\ \underline{\omega}(2) = (1, 0),\ \underline{\omega}(3) = (0, -1) \tag{102}$$

$\underline{\omega}(1)$ と $\underline{\omega}(3)$ とは 1 次独立のため，性質 4 より，TS 法で解がある．

式 (12) は，式 (102) より，次式となる．

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{103}$$

式 (103) より，次式を得る．

$$(A^T A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{104}$$

式 (19) の TS 法の推定誤差共分散行列は，式 (104) 及び (96) より次式となる．

$$(A^T V^{-1} A)^{-1} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{105}$$

式 (101) と (105) より，推定誤差の分散が比較できる．y 成分は TS 法の方が小さく，x 成分は D 法と TS 法で同一である．したがって，この例は，式 (80) において，$(A^T V^{-1} A)^{-1} = (A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1}$ ともならず，$(A^T V^{-1} A)^{-1} < (A_D^T V_D^{-1} A_D)^{-1}$ ともならない場合である．

（例 3）一意的な解が得られない例

同一直線上に n 個の受信局が存在する場合の受信局配置として，次式を考える．

$$\underline{B}_i = (x_i, 0)^T\ (i = 1, \cdots, n);\ x_i \neq x_j\ (i \neq j) \tag{106}$$

目標は，受信局と異なる下記の位置に存在するとする．

$$\underline{L} = (x, y)^T,\ y > 0 \tag{107}$$

すると，式 (106) 及び (107) より，受信局 i と目標間の距離の真値として，次式を得る．

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + y^2} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{108}$$

ここで，別目標が，受信局と異なる下記の位置に存在するとする．

$$\underline{L} = (x, -y)^T,\ y > 0 \tag{109}$$

すると，式 (106) 及び (109) より，受信局 i と別目標間の距離の真値として，式 (108) を得る．この結果，目標の位置が式 (107) でも (109) でも，得られる距離観測値は同一である．

式 (107) の位置の目標に対して初期値を式 (109) で設定して TS 法を使用した場合，正しい解が得られることは期待できない．

なお，例 3 は，D 法で解が一意的には得られない場合である．

4.4 受信局 4 個の場合の D 法

次の性質は，受信局 4 個の場合の D 法の簡略式を示す．なお，この場合，観測雑音共分散行列が不要であるので受信局の位置より定まる A_D^{-1} をあらかじめ算出しておけば，文献 [13] が主張するように行列演算なしで解が求まる．この簡便な解を TS 法の初期値に使用できる．性質 13 より，この TS 法の解の推定精度は次式 (110) で推定する以上である．

（性質 14）$\underline{B}_1 - \underline{B}_i$ $(i = 2, 3, 4)$ が 1 次独立ならば，次式を得る．

$$\hat{\underline{L}}_D = A_D^{-1} \underline{b}_D \tag{110}$$

（証明）仮定より，式 (27) の 3×3 の行列 A_D は正則である．したがって，式 (48) より式 (110) を得る．

（証明終）

4.5 今後の課題

最も望ましい目標位置初期値は，目標位置真値と考えられる．しかし，真値を常に初期値に使用するのは，シミュレーションでは可能であるが現実には不可能である．一方，性質 9 は，現実に適用可能な D 法による推定結果を用いた目標位置初期値は，ランダム誤差があるものの平均は真値であることを示す．この初期値を使用した TS 法の収束値が，真値を初期値とした TS 法の収束値と一致するのかどうかを明らかにするのが今後の課題である．

5. む す び

D 法の解の存在条件として「同一平面上にない 4 個の受信局が存在」を示した．またこの条件を満たせば，TS 法でも解が求まることを示した．この結果は，TS 法の解は，D 法の解を初期値に使用して求まることを示す．更に，この場合，TS 法の推定精度は，D 法以上であることを示した．したがって，D 法の解を目標位置初期値とした TS 法が有効であることが分かった．

文 献

[1] 安田明生，“GPS の現状と展望，” 信学誌，vol.82, no.12, pp.1207–1215, Dec. 1999.

[2] Y. Bar-Shalom, X.R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.

[3] 佐田達典，GPS 測量技術，オーム社，東京，2003.

[4] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

[5] 福島荘之介，理解するための GPS 測位計算プログラム入門（その 3）測位計算のはなし，航空無線，no.36, 夏期，2003.

[6] 坂井丈泰，GPS 技術入門，東京電機大学出版局，東京，2003.

[7] 小菅義夫，“特異値による TOA 測位精度の解析，” 信学論（B），vol.J96-B, no.3, pp.366–372, March 2014.

[8] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，“TOA と TDOA 測位の同一性，” 信学論（B），vol.J98-B, no.2, pp.223–233, Feb. 2015.

[9] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[10] 中川　徹，小柳義夫，最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，東京，1982.

[11] W.H. Foy, “Position-location solutions by Taylor-series estimation,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.12, no.2, pp.187–194, March 1976.

[12] G. Shen, R. Zetik, and R.S. Thomä, “Performance comparison of TOA and TDOA based location estimation algorithms in LOS environment,” Proc. 5th Workshop on Positioning, Navigation and Communication, pp.71–78, March 2008.

[13] M. Khalaf-Allah, “Time of arrival (TOA)-based direct location method,” Proc. 16th International Radar Symposium, June 2015.

[14] J. Yan, C.C.J.M. Tiberious, G.J.M. Janssen, P.J.G. Teunissen, and G. Bellusci, “Review of range-based positioning algorithms,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. Mag., vol.28, no.6, pp.2–27, Aug. 2013.

[15] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.

付 録

（行列の大小関係関連における諸結果）

D，D_1，D_2，D_3，を $n\times n$ の実対称行列とする．まず，$D_1 - D_2 > 0$ を $D_1 > D_2$ と定義する．また，$D_1 - D_2 \geq 0$ を $D_1 \geq D_2$ と定義する．

つぎに，$(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{x}^T \underline{y}$ はベクトル $\underline{x}$，$\underline{y}$ の内積を表すとする．すると，次の性質を得る．

（性質 A·1）$D \geq 0$（固有値が全て非負）と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$ に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x}, \underline{x}) \geq 0 \tag{A·1}$$

（性質 A·2）$D > 0$（固有値が全て正）と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$（ただし，$\underline{x} \neq \underline{0}$）に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x}, \underline{x}) > 0 \tag{A·2}$$

（性質 A·3）$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_3$ のとき，$D_1 \geq D_3$ である．また，$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_1$ のとき，$D_1 = D_2$ である．

（性質 A·4）$D_1 \geq D_2 > 0$ ならば，$D_2^{-1} \geq D_1^{-1} > 0$ である．

（性質 A·5）$D > 0$ ならば，D の対角成分は正である．

（性質 A·6）$D \geq 0$ ならば，D の対角成分は非負である．

（性質 A·7）$D \geq 0$ ならば，$0 \leq F^T DF$ である．

（行列式の公式）

（性質 A·8）行列式のある列が 2 個の列ベクトルの和で表されるとすると，その行列式は，各列ベクトルをその列とする 2 個の行列式の和となる．

（性質 A·9）行列式の列を c 倍すると，行列式の値は c 倍される．

（性質 A·10）行列式の 2 個の列を入れ替えると，行列式の符号が変わる．

（性質 A·11）行列式で 2 個の列が等しければ，行列式の値は 0 である．

（式 (65) の証明）性質 A·8～A·11 を使用して，次式を得る．

$$
\begin{aligned}
&|\,\underline{B}_1-\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,-\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,\underline{B}_1 \quad -\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,-\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,-\underline{B}_2 \quad -\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1-\underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad -\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1\,|+|\,\underline{B}_1 \quad -\underline{B}_3 \quad -\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,-\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_1\,|+|\,-\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 \quad -\underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,-\underline{B}_2 \quad -\underline{B}_3 \quad \underline{B}_1\,|+|\,-\underline{B}_2 \quad -\underline{B}_3 \quad -\underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,|+|\,\underline{B}_2 \quad \underline{B}_1 \quad \underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,\underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_1\,|-|\,\underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,|-|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3\,|-|\,\underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,|\\
&=|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3\,|-|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_4\,|\\
&\quad+|\,\underline{B}_1 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,|-|\,\underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4\,| \qquad \text{(A·3)}
\end{aligned}
$$

（証明終）

（2019 年 1 月 31 日受付，4 月 19 日再受付，
7 月 8 日早期公開）

小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 26 より，電子航法研究所及び電通大勤務．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．工博．IEEE シニア会員．

古賀　　禎　（正員）

平 5 年東京理科大・理工・電気卒．平 7 年同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 年カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

呂　　暁東　（正員）

平 17 東工大大学院情報理工学研究科博士課程了．同年同大学助教．平 24 電子航法研究所入所．工博．分散コンピューティング，航空監視システム，交通情報システムなどの研究に従事．IEEE シニア会員．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．