論　文

ドップラー観測値を併用するTDOAにおける速度推定精度の改善

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　呂　暁東[†]
秋田　学[††]　稲葉　敬之[††]

An Improved Velocity Estimation Method for TDOA with Additional Doppler Measurements

Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Xiaodong LU[†], Manabu AKITA[††], and Takayuki INABA[††]

あらまし　航空機等の目標から送信された電波を，地上に設置された複数の受信局で受信して，Taylor 級数推定法により，距離差及びドップラー（距離変化率）観測値から目標の位置及び速度を推定する方法が報告されている．報告では，まず距離差のみで位置を推定し，この結果とドップラーを使用して速度を推定する方法（逐次法）と，距離差とドップラーを同時に使用し位置及び速度を推定する方法（同時法）を比較している．速度推定精度は同一であるが，位置推定精度は同時法が良いとの結論である．なお，従来法では，ドップラーは，位置と速度の初期値と，未知数である位置と速度の関数としている．本論文では，位置の初期値と未知数である速度の関数として表したドップラーを使用し，速度を推定する方法を提案する．また，従来法で速度が推定可能ならば提案法でも速度が推定可能で，本提案による速度の推定精度は従来法以上であることを解析的に示す．なお，距離差と提案のドップラーより位置と速度を同時に推定したのち，位置の初期値を再設定し収束値を算出するのは，距離差のみから位置の収束値を算出し，この値を位置の初期値として提案法で速度を推定することと等価である．

キーワード　TDOA，測位，速度推定，誤差解析，距離差観測値，ドップラー観測値

1. まえがき

地上に設置された電波受信局による航空管制や交通流の監視システムは，既存の送信電波を使用して低コストで簡易に運用できるとの長所がある [1]．また，短い幅の 1 個のパルスを受信すればよいため，観測時間の長い計測システムとは異なり，目標運動に関する制約を付加しなくてもよいのも利点である．なお，これらの監視システムでは，位置の他に速度情報が重要である [1], [2]．

本論文は，航空機等の目標から送信された電波（パルス波）を，地上に設置された複数の受信局で受信して，距離差及びドップラー（距離変化率）観測値から目標の位置及び速度を推定する方法について述べる．この方法は，送信時刻が不明でも，送信周波数が既知であれば，目標の有する送信機に新たな機能追加は不要であり，簡易にシステム構築が可能である [3], [4]．

ここで，距離差は，基準局と異なる位置に配置された電波受信局で受信した移動体からの電波の受信時刻と，基準局での受信時刻の差である電波到達時刻差 TDOA（Time Difference of Arrival）に光速を乗算して得られる [4], [5]．また，受信周波数を計測すれば，既知の送信周波数より目標のドップラーが計測できる [6]．なお，この場合，距離差とドップラーは，無相関と仮定できる．

ところで，距離は，未知数である三次元の位置の非線形関数である．このため，距離を同時に複数観測し測位する TOA（Time of Arrival）を使用した GPS（Global Positioning System）等では，未知数である三次元の位置の初期値を仮に与え，Taylor 展開により線形近似して得た線型モデルに，重み付き最小自乗法を使用して解を算出（Taylor 級数推定法と呼ぶ）する [6]～[13]．なお，得られた解を初期値に再設定し

[†] 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaiji-higashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
[††] 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, The University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan
DOI:10.14923/transcomj.2017JBP3063

同一の処理を繰り返すことで，線形近似誤差の縮小を図っている．同様に，TDOA 測位でも，距離差に Taylor 級数推定法が使用できる [3], [4], [6].

一方，ドップラーは，未知数である三次元の位置及び速度の非線形関数である．このため，未知数である三次元の位置及び速度の初期値を仮に与え，Taylor 級数推定法を使用して速度を算出する方法が報告されている [3]．報告では，逐次法と同時法を比較している．逐次法では，まず距離差のみで位置を推定し，この結果とドップラーを使用して速度を推定する．同時法では，距離差とドップラーを同時に使用し位置及び速度を推定する．なお，従来の逐次法と同時法の速度推定精度は同一であるが，同時法の位置推定精度は逐次法以上である．

すなわち，距離差とドップラーが無相関にもかかわらず，同時法の位置推定精度は向上する．ところで，同時法では，ドップラーを未知数である三次元の位置及び速度の関数として線形化している．この結果，位置推定に距離差とドップラーを同時に使用しているのが性能向上の要因と考えられる．ここで，逐次法と同時法の速度推定精度は同一であるので，同時法の速度推定精度以上を実現できる方法を提案すれば，逐次法の速度推定精度以上の方法を提案したことになる．

この同時法は，ドップラーを位置と速度両者の推定に使用している．また，距離差は，速度推定に使用されていない．すなわち，従来の同時法は，ドップラー情報の一部のみで速度を推定している．この結果，この同時法の速度推定精度改善方法として，ドップラーを速度推定専用にすることが考えられる．

したがって，ドップラーを，未知数である三次元の位置とは独立に，未知数である三次元の速度の関数としてモデル化すれば，速度推定精度は向上すると期待される．しかし，このような比較の報告はない．なお，ドップラーは，目標の速度ベクトルと単位位置ベクトルの内積で表される．

本論文では，ドップラーは推定すべき速度ベクトルと初期単位位置ベクトルの内積とする．そして，重み付き最小自乗法を使用して速度を推定する．なお，本提案では，速度の初期値は不要である．また，推定可能となる条件を明らかにする．更に，本提案と従来法の推定精度を比較する．

2. 目標位置及び速度の Taylor 級数推定法

ここでは，n 個の電波到達時刻差（距離差）及び n + 1 個のドップラー（距離の変化率）観測値から，Taylor 級数推定法を使用して三次元空間の目標位置及び速度を推定する従来法について述べる [3].

2.1 距離差の観測モデル

受信局は基準局を含め n + 1 個あるとし，i ($i = 0, \cdots, n$) 番目の受信局（固定位置）の位置ベクトル $\underline{B}_i$（既知）を，D^T は行列 D の転置行列を表すとして，次式で表す．なお，$i = 0$ の受信局を基準局と呼ぶ．

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \tag{1}$$

座標系は，三次元直交座標を使用する．

一方，移動体（電波送信元）の位置ベクトル（未知）の真値を次式で表す（l は *location* の略）.

$$\underline{L} = (x_l, y_l, z_l)^T \tag{2}$$

すると，移動体から i 番目の受信局までの距離の真値 R_i は次式となる．

$$R_i = f_i(x_l, y_l, z_l) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \tag{4}$$

すると，移動体から i 番目の受信局と，移動体から基準局までの距離差の観測値 R_{i0o}（o は *observation* の略），その観測誤差 v_i は次式で得られる．

$$R_i - R_0 + v_i = R_{i0o} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{5}$$

次の性質は，距離差を移動体の位置で線形近似した結果を示す [3], [4].

（性質 1）移動体の位置推定のための初期値を x_l^0，y_l^0，z_l^0 とすると，次式を得る．

$$\Delta R_{i0o} \approx (\alpha_i - \alpha_0)(x_l - x_l^0) + (\beta_i - \beta_0)(y_l - y_l^0) + (\gamma_i - \gamma_0)(z_l - z_l^0) + v_i \tag{6}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Delta R_{i0o} = R_i - R_0 + v_i - g_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0) \tag{7}$$

$$g_i(x, y, z) = f_i(x, y, z) - f_0(x, y, z) \tag{8}$$

$$\alpha_i = -\frac{x_i - x_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)},\ \beta_i = -\frac{y_i - y_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)}$$
$$\gamma_i = -\frac{z_i - z_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)} \tag{9}$$

2.2 距離差の線形モデル

n＋1 個の受信局で受信するとすれば，式 (6) より，次式の線形観測モデルを得る [3].

$$\underline{b}_l = A_l \underline{a}_l + \underline{v}_l \tag{10}$$

ここで，

$$\underline{b}_l = (\Delta R_{10o}, \cdots, \Delta R_{n0o})^T \tag{11}$$

$$\underline{a}_l = (x_l - x_l^0, y_l - y_l^0, z_l - z_l^0)^T \tag{12}$$

$$\underline{v}_l = (v_1, \cdots, v_n)^T \tag{13}$$

で，また，式 (9) を使用して，

$$\underline{\omega}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \tag{14}$$

とし，次式を定義する．

$$A_l = \begin{pmatrix} [\underline{\omega}(1) - \underline{\omega}(0)]^T & \cdots & [\underline{\omega}(n) - \underline{\omega}(0)]^T \end{pmatrix}^T \tag{15}$$

なお，$E[\ ]$ は平均，$\underline{0}$ は零ベクトル，$D > 0$ は行列 D が正値対称行列，$D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列を表すとし，受信時刻計測誤差の分散は正とすれば，次式が仮定できる [3]．なお，本論文では，マルチパスの影響はないとして，受信機時計誤差にバイアス誤差はなく，白色のランダム誤差のみ存在するとする．

$$E[\underline{v}_l] = \underline{0} \tag{16}$$

$$V_l = E\left[\underline{v}_l \underline{v}_l^T\right] > 0 \tag{17}$$

なお，式 (16) は距離差観測誤差の平均は全て 0，式 (17) の距離差観測雑音共分散行列は正値対称行列の仮定より正則行列を意味する．

2.3 距離差からの位置推定

次の性質は，重み付き線形最小自乗法 [14], [15] による距離差観測値からの目標位置の算出方法及びその性質を示す [3].

（性質 2）式 (10) において，重み付き最小自乗法による解は，$A_l^T V_l^{-1} A_l$ が正則ならば，次式である．

$$\underline{\hat{a}}_l = \left(A_l^T V_l^{-1} A_l\right)^{-1} A_l^T V_l^{-1} \underline{b}_l \tag{18}$$

また，式 (18) は，次の性質を有する．

$$E[\underline{\hat{a}}_l] = \underline{a}_l \tag{19}$$

$$E\left[(\underline{\hat{a}}_l - \underline{a}_l)(\underline{\hat{a}}_l - \underline{a}_l)^T\right] = \left(A_l^T V_l^{-1} A_l\right)^{-1} \tag{20}$$

ここで，従来法で使用した前提条件を次に示す [3].

（前提条件 1）$\underline{\omega}(i) - \underline{\omega}(0)$ $(i = 1, \cdots, n)$ のうち．いずれか 3 個が 1 次独立とする．なお，$3 \leq n$ とする．

次の性質は，行列 A_l の行ベクトルにより，式 (18) が算出可能かを判定できることを示す [3].

（性質 3）前提条件 1 が成立するときのみ，$A_l^T V_l^{-1} A_l$ は正値対称行列である．

2.4 ドップラーの観測モデル

目標の速度ベクトルを，式 (2) を時間微分して，次式で表す．

$$\underline{\dot{L}} = (\dot{x}_l, \dot{y}_l, \dot{z}_l)^T \tag{21}$$

次の性質は，目標のドップラー真値算出式を示す．

（性質 4）i 番目の受信機が計測する目標のドップラーの真値を $\dot{R}_i$ とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_i = h_i(x_l, y_l, z_l, \dot{x}_l, \dot{y}_l, \dot{z}_l) \tag{22}$$

ここで，次式を定義する．

$$h_i(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = -\frac{(x_i - x)\dot{x} + (y_i - y)\dot{y} + (z_i - z)\dot{z}}{f_i(x, y, z)} \tag{23}$$

すると，i 番目の送受信機間のドップラーの観測値 $\dot{R}_{io}$，その観測誤差 $\dot{v}_i$ は次式で得られる．

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \tag{24}$$

次の性質は，ドップラーを，目標の位置と速度とで線形近似した結果を示す．

（性質 5）速度推定のための初期値を $\dot{x}_l^0$，$\dot{y}_l^0$，$\dot{z}_l^0$ とすると，次式を得る．

$$\Delta\dot{R}_{io} \approx \alpha_{il}(x_l - x_l^0) + \beta_{il}(y_l - y_l^0) + \gamma_{il}(z_l - z_l^0) + \alpha_i(\dot{x}_l - \dot{x}_l^0) + \beta_i(\dot{y}_l - \dot{y}_l^0) + \gamma_i(\dot{z}_l - \dot{z}_l^0) + \dot{v}_i \tag{25}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Delta\dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - h_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0, \dot{x}_l^0, \dot{y}_l^0, \dot{z}_l^0) \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{il} &= \frac{\dot{x}_l^0 f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0) + (x_i - x_l^0) h_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0, \dot{x}_l^0, \dot{y}_l^0, \dot{z}_l^0)}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)^2} \\
\beta_{il} &= \frac{\dot{y}_l^0 f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0) + (y_i - y_l^0) h_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0, \dot{x}_l^0, \dot{y}_l^0, \dot{z}_l^0)}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)^2} \\
\gamma_{il} &= \frac{\dot{z}_l^0 f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0) + (z_i - z_l^0) h_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0, \dot{x}_l^0, \dot{y}_l^0, \dot{z}_l^0)}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)^2}
\end{aligned} \tag{27}$$

2.5 ドップラーの線形モデル

n＋1 個の受信局で受信するとすれば，式 (25)，(12)

及び (14) より，次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b}_d = A_{ld}\underline{a}_l + A_d\underline{a}_d + \underline{v}_d \tag{28}$$

ここで（d は *Doppler* の略），

$$\underline{b}_d = (\Delta\dot{R}_{0o}, \cdots, \Delta\dot{R}_{no})^T \tag{29}$$

$$A_d = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(0)^T & \cdots & \underline{\omega}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{30}$$

$$\underline{a}_d = (\dot{x}_l - \dot{x}_l^0, \dot{y}_l - \dot{y}_l^0, \dot{z}_l - \dot{z}_l^0)^T \tag{31}$$

$$\underline{v}_d = (\dot{v}_0, \cdots, \dot{v}_n)^T \tag{32}$$

で，また，式 (27) を使用して，

$$\underline{\kappa}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix} \tag{33}$$

として，次式を定義する．

$$A_{ld} = \begin{pmatrix} \underline{\kappa}(0)^T & \cdots & \underline{\kappa}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{34}$$

また，ドップラー観測誤差の分散は正とし，次式を仮定する [3]．

$$E[\underline{v}_d] = \underline{0} \tag{35}$$

$$V_d = E\left[\underline{v}_d \underline{v}_d^T\right] > 0 \tag{36}$$

2.6 距離差・ドップラーの線形モデル

n + 1 個の受信局で受信するとすれば，式 (10) 及び (28) より，次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b} = A\underline{a} + \underline{v} \tag{37}$$

ここで，$O_{m,n}$ を $m \times n$ の零行列を表すとすれば，

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{b}_l^T & \underline{b}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{38}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} \\ A_{ld} & A_d \end{pmatrix} \tag{39}$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{40}$$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_l^T & \underline{v}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{41}$$

である．

また，距離差は時間領域，ドップラーは周波数領域で計測するとして，距離差とドップラーの観測誤差は，無相関として，次式を仮定する．

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \tag{42}$$

$$V = E\left[\underline{v}\,\underline{v}^T\right] = \begin{pmatrix} V_l & O_{n,n+1} \\ O_{n+1,n} & V_d \end{pmatrix} \tag{43}$$

2.7 距離差とドップラーからの位置・速度推定

次の性質は，重み付き線形最小自乗法 [14], [15] による距離差とドップラー観測値からの目標位置と速度を同時に算出する方法及びその性質を示す [3]．

（性質 6）式 (37) において，重み付き最小自乗法による解は，$A^TV^{-1}A$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}} = \left(A^TV^{-1}A\right)^{-1}A^TV^{-1}\underline{b} \tag{44}$$

また，式 (44) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}] = \underline{a} \tag{45}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}} - \underline{a})(\hat{\underline{a}} - \underline{a})^T\right] = \left(A^TV^{-1}A\right)^{-1} \tag{46}$$

次の性質は，行列 A_l の行ベクトルにより，式 (44) が算出可能かを判定できることを示す [3]．

（性質 7）前提条件 1 が成立するときのみ，$A^TV^{-1}A$ は正値対称行列である．

3. 提　案　法

ここでは，ドップラーを，推定すべき速度ベクトルと初期単位位置ベクトルの内積とで線形近似した場合の目標位置及び目標速度を推定する方法について述べる．

3.1 ドップラーの線形モデル

式 (22) 及び (23) において，未知数である位置ベクトルの真値の代わりに初期値を使用すれば，次式を得る．なお，初期値は，位置の真値に近い値が望ましい．この初期値をどのように設定するかは，「**4.2**　初期値」の設定で後述する．

$$\dot{R}_i = -\frac{(x_i - x_l^0)\dot{x}_l + (y_i - y_l^0)\dot{y}_l + (z_i - z_l^0)\dot{z}_l}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)} \tag{47}$$

式 (24) に，式 (47) 及び (9) を使用して，次式を得る．

$$\dot{R}_i = \alpha_i\dot{x}_l + \beta_i\dot{y}_l + \gamma_i\dot{z}_l \tag{48}$$

n+1 個の受信局で受信するとすれば，式 (48)，(14) 及び (30) より，式 (28) の代わりに，次式の線形観測モデルを得る．なお，次式 (49) では，目標速度の初期値及び目標位置の未知数は不要である．

$$\underline{d}_d = A_d\underline{c}_d + \underline{v}_d \tag{49}$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{c}_d = (\dot{x}_l, \dot{y}_l, \dot{z}_l)^T \tag{50}$$

$$\underline{d}_d = (\dot{R}_{0o}, \cdots, \dot{R}_{no})^T \tag{51}$$

3.2 ドップラーからの速度推定

次の性質は，提案法によるドップラー観測値からの目標速度の算出方法及びその性質を示す．

（性質 8）式 (49) において，重み付き最小自乗法による解は，$A_d^T V_d^{-1} A_d$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{c}}_d = \left(A_d^T V_d^{-1} A_d\right)^{-1} A_d^T V_d^{-1} \underline{d}_d \tag{52}$$

また，式 (52) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{c}}_d] = \underline{c}_d \tag{53}$$

$$E\left[(\hat{\underline{c}}_d - \underline{c}_d)(\hat{\underline{c}}_d - \underline{c}_d)^T\right] = \left(A_d^T V_d^{-1} A_d\right)^{-1} \tag{54}$$

次は，本論文で使用する前提条件を示す．なお，同一平面にある 3 個の受信局が直線上になく，目標の初期位置がその平面以外に存在すれば，前提条件 2 を満たす．

（前提条件 2）$\underline{\omega}(i)$ $(i = 0, 1, 2, \cdots, n)$ のうち，いずれか 3 個が 1 次独立とする．なお，$2 \leq n$ とする．

次は，性質 3 に対応する．

（性質 9）前提条件 2 が成立するときのみ，$A_d^T V_d^{-1} A_d$ は正値対称行列である．

3.3 距離差・ドップラーの線形モデル

n + 1 個の受信局で受信するとすれば，式 (10) 及び (49) より，式 (37) の代わりに，次式の線形観測モデルを得る．

$$\underline{d} = C\underline{c} + \underline{v} \tag{55}$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{c} = \left(\underline{a}_l^T, \underline{c}_d^T\right)^T \tag{56}$$

$$\underline{d} = \left(\underline{b}_l^T, \underline{d}_d^T\right)^T \tag{57}$$

$$C = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} \\ O_{n+1,3} & A_d \end{pmatrix} \tag{58}$$

なお，式 (37) 及び (55) において，式 (40) 及び (56) が示すように未知数である位置ベクトル $\underline{a}_l$ は共通である．ただし，式 (37) とは異なり，式 (55) では速度の初期値を使用していない．

3.4 距離差とドップラーからの位置・速度推定

次の性質は，距離差と本論文で提案の式 (48) によるドップラー観測値の近似式からの目標位置と速度を同時に算出する方法及びその性質を示す．

（性質 10）式 (55) において，重み付き最小自乗法による解は，$C^T V^{-1} C$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{c}} = \left(C^T V^{-1} C\right)^{-1} C^T V^{-1} \underline{d} \tag{59}$$

また，式 (59) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{c}}] = \underline{c} \tag{60}$$

$$E\left[(\hat{\underline{c}} - \underline{c})(\hat{\underline{c}} - \underline{c})^T\right] = \left(C^T V^{-1} C\right)^{-1} \tag{61}$$

ところで，式 (43) 及び (58) より，次式を得る．

$$C^T V^{-1} = \begin{pmatrix} A_l^T V_l^{-1} & O_{3,n+1} \\ O_{3,n} & A_d^T V_d^{-1} \end{pmatrix} \tag{62}$$

$$C^T V^{-1} C = \begin{pmatrix} A_l^T V_l^{-1} A_l & O_{3,n+1} \\ O_{3,n} & A_d^T V_d^{-1} A_d \end{pmatrix} \tag{63}$$

式 (59) に，式 (62)，(63) 及び (57) を使用して，次式を得る．

$$\hat{\underline{c}} = \begin{pmatrix} \left(A_l^T V_l^{-1} A_l\right)^{-1} A_l^T V_l^{-1} \underline{b}_l \\ \left(A_d^T V_d^{-1} A_d\right)^{-1} A_d^T V_d^{-1} \underline{d}_d \end{pmatrix} \tag{64}$$

式 (64) に，式 (18) 及び (52) を使用して，次式を得る．

$$\hat{\underline{c}} = \left(\hat{\underline{a}}_l^T, \hat{\underline{c}}_d^T\right)^T \tag{65}$$

式 (65) は，式 (59) を使用して位置と速度を同時に推定した結果は，位置推定は式 (18) の距離差のみを観測値した従来法，速度推定は式 (52) のドップラーのみを観測値した提案法と同一であることを示す．

なお，式 (44) を使用した距離差及びドップラーを同時に使用した場合の位置推定精度は，距離差のみを観測値した従来法以上である [3]．

この結果，式 (44) を使用した従来法の位置推定精度は，提案のドップラーを使用した式 (59) による推定法以上と結論できる．

ところで，式 (44) の従来法の位置推定では，距離差と式 (25) のドップラーを使用している．一方，式 (52) の提案法では，式 (48) のドップラーを速度推定のみに使用している．この差異の速度推定精度への影響については，次章で述べる．

4. 考　　察

4.1 推定可能条件

性質 7 及び 9 より，従来法も提案法も，全ての受信

局と目標初期位置が同一平面にある場合，前提条件 1 及び 2 を満たさないため速度推定が不可能である．しかし，次の性質は，性質 3，7 及び 9 より，従来法で位置，速度が推定可能ならば，提案法の式 (52) を使用して常に速度が推定可能なことを示す．この結果は．提案法による推定可能な範囲は従来法より広いことを示す．なお，次の性質は，文献 [3] の性質 10 より得られる．

（性質 11）前提条件 1 が成立すれば，前提条件 2 が成立する．

4. 2　初期値の設定

ここでは，目標位置初期値の設定方法及び設定誤差軽減方法について述べる．

式 (59) で得られた推定値を初期値に再設定し同一の処理を繰り返すことで，線形近似誤差の縮小が図れる．この場合，位置推定結果は，次回の速度推定における位置の初期値となる．一方，速度推定結果は，速度の初期値が不要な式 (59) による推定では，次回の推定には使用されない．更に，式 (59) による推定は，式 (64) に示したように，位置推定は距離差のみを観測値した従来法，速度推定は本提案法と同一となる．

したがって，式 (59) で算出した位置収束値の代わりに，距離差のみを観測値とした式 (18) の従来法で算出した位置収束値を式 (47) の初期値に設定し式 (52) の提案法で速度を推定してもよい．

なお，従来の逐次法以外の位置推定値も，提案法の速度推定の式 (47) の初期位置に使用できる．

この結果，従来の TDOA 測位あるいは同時法で収束解が得られ位置推定可能ならば，その位置推定値を使用して提案法で速度を推定すればよいことが明らかになった．また，収束解を得るための速度の初期値が，同時法とは異なり提案法は不要である．したがって，本提案が既存の TDOA 測位あるいは同時法に悪影響を及ぼすことはない．

4. 3　速度推定精度の比較

$$M = (\ 0I_3 \quad I_3\ ) \tag{66}$$

とすれば，次式は，従来の同時法の速度の推定値である [3]．

$$\hat{\underline{a}}_{dS} = M\hat{\underline{a}} \tag{67}$$

次の性質は，従来の同時法による目標速度が不偏推定量であること，及びその推定誤差共分散行列を示す [3]．

（性質 12）式 (67) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}_{dS}] = \underline{a}_d \tag{68}$$

$$E\Big[(\hat{\underline{a}}_{dS}-\underline{a}_d)(\hat{\underline{a}}_{dS}-\underline{a}_d)^T\Big] = M\Big(A^TV^{-1}A\Big)^{-1}M^T \tag{69}$$

ここで，式 (47) の初期値を同時法の位置収束値で設定した場合を考える．すると，次の性質は，式 (54) 及び (69) より，提案法の速度推定精度は，従来の同時法以上を示すことが分かる．

なお，行列の大小関係関連における諸結果を付録にまとめた．

（性質 13）前提条件 1 が成立するとする．すると，次式を得る，

$$\Big(A_d^TV_d^{-1}A_d\Big)^{-1} \le M\Big(A^TV^{-1}A\Big)^{-1}M^T \tag{70}$$

（証明）式 (39) 及び (43) より，次式を得る．

$$A^TV^{-1}A = \begin{pmatrix} A_l^TV_l^{-1}A_l + A_{ld}^TV_d^{-1}A_{ld} & A_{ld}^TV_d^{-1}A_d \\ A_d^TV_d^{-1}A_{ld} & A_d^TV_d^{-1}A_d \end{pmatrix} \tag{71}$$

前提条件 1 が成立するので，性質 7 より，式 (71) は正値対称行列である．したがって，付録の定理 1 及び式 (66) より次式を得る．

$$\begin{aligned} 0 < \Big[M\Big(A^TV^{-1}A\Big)^{-1}M^T\Big]^{-1} = \\ A_d^TV_d^{-1}A_d - \\ A_d^TV_d^{-1}A_{ld}\Big(A_l^TV_l^{-1}A_l + A_{ld}^TV_d^{-1}A_{ld}\Big)^{-1}A_{ld}^TV_d^{-1}A_d \end{aligned} \tag{72}$$

前提条件 1 が成立するので，性質 3 より，次式を得る．

$$A_l^TV_l^{-1}A_l + A_{ld}^TV_d^{-1}A_{ld} > 0 \tag{73}$$

ここで，式 (73) より，付録の性質 A-9 を使用して，次式を得る．

$$0 \le A_d^TV_d^{-1}A_{ld}\Big(A_l^TV_l^{-1}A_l + A_{ld}^TV_d^{-1}A_{ld}\Big)^{-1}A_{ld}^TV_d^{-1}A_d \tag{74}$$

式 (72) 及び (74) より，付録の性質 A-8 を使用して，次式を得る．

$$0 < \Big[M\Big(A^TV^{-1}A\Big)^{-1}M^T\Big]^{-1} \le A_d^TV_d^{-1}A_d \tag{75}$$

式 (75) より，付録の性質 A·4 を使用して，式 (70) を得る．（証明終）

ところで，従来の逐次法では，まず距離差観測値のみで位置及びその推定誤差共分散行列を算出する．つぎに，この結果とドップラー観測値を使用して，重み付き線形最小自乗法により速度を推定する [3]．なお，従来の逐次法と同時法の速度推定精度は同一である．したがって，性質 13 は，提案法の速度推定精度は，従来の逐次法以上であることも示す．

なお，付録の性質 A-6 より，式 (70) は，提案法の速度推定誤差の分散は，x，y，z の各成分とも同時法以下であることを示す．

4.4 数 値 例

性質 13 は，式 (70) の左辺と右辺が常に等しいときでも成立する．次は，この反例として，提案法の速度推定精度が従来法より良い場合を示す（次の式 (86) 及び (87) 参照）．また，次は，同時法で位置及び速度の推定が理想的に行われた場合，すなわち両者とも初期値に真値を使用した場合でも，提案法と従来法が異なる結果となる例でもある．なお，文献 [3] で，従来法において，この例では，ドップラーの使用により位置推定精度が改善することを報告した．

（例 1）簡単のため，二次元の xy 平面で考える．受信機時計誤差の距離相当の観測雑音の分散は 0.01，ドップラーの観測雑音の分散は a^2，距離とドップラーは無相関とする，すなわち，次式を仮定する [3]．

$$V = \begin{pmatrix} V_l & O_{2,3} \\ O_{3,2} & V_d \end{pmatrix} \tag{76}$$

ここで，

$$V_l = \frac{1}{100}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ V_d = a^2 I_3 \tag{77}$$

である．

ここで，送信機を有する目標の位置 $\underline{L}$ 及び受信局 $\underline{B}_i$ $(i = 0, 1, 2)$ の位置を次式とする．

$$\underline{B}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \underline{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \underline{L} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{78}$$

また，それらの速度ベクトルを，次式とする．

$$\dot{\underline{B}}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \dot{\underline{B}}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \dot{\underline{B}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \dot{\underline{L}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{79}$$

すると，次式を得る．

$$\left(A_d^T V_d^{-1} A_d\right)^{-1} = \frac{a^2}{4}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \tag{80}$$

$$M\left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} M^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \tag{81}$$

ここで，次式を定義する．

$$M = (\ 0I_2 \quad I_2\ ) \tag{82}$$

$$a_{11} = \frac{3a^2\{200(3-2\sqrt{2})a^2+1\}}{800(3-2\sqrt{2})a^2+3} \tag{83}$$

$$a_{12} = -\frac{a^2\{200(3-2\sqrt{2})a^2+3\}}{800(3-2\sqrt{2})a^2+3} \tag{84}$$

$$a_{22} = \frac{120000(3-2\sqrt{2})a^4+200(21-8\sqrt{2})a^2+3}{200\{800(3-2\sqrt{2})a^2+3\}} \tag{85}$$

なお，式 (80) と (81) の対角成分（推定誤差の分散に相当）において，次式が成立する．

$$a_{11} > (3/4)\cdot a^2 \tag{86}$$

$$a_{22} > (3/4)\cdot a^2 \tag{87}$$

(証明) 式 (78) と (79) より，初期値は真値を使用するとの仮定を使用し，式 (4)，(9)，(23)，(27)，(14) 及び (33) を算出すれば，式 (39)，(15)，(34) 及び (30) は，次式に対応する．

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{2,2} \\ A_{ld} & A_d \end{pmatrix},\ A_l = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1-\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1-\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$
$$A_{ld} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ A_d = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{88}$$

式 (72) 及び (77) より，次式を得る．

$$\left[M\left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} M^T\right]^{-1} = \frac{1}{a^2}A_d^T A_d - \left(\frac{1}{a^2}A_{ld}^T A_d\right)^T \left(A_l^T V_l^{-1} A_l + \frac{1}{a^2}A_{ld}^T A_{ld}\right)^{-1} \left(\frac{1}{a^2}A_{ld}^T A_d\right) \tag{89}$$

式 (88) より，次式を得る．

$$A_d^T A_d = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \tag{90}$$

$$A_{ld}^T A_d = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \tag{91}$$

$$A_{ld}^T A_{ld} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \tag{92}$$

式 (88) 及び (77) より，次式を得る．

$$A_l^T V_l^{-1} A_l = \frac{100}{3}\begin{pmatrix} 3-\frac{2}{\sqrt{2}} & -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ -\frac{2}{\sqrt{2}} & 3-\frac{2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{93}$$

式 (93) 及び (92) より，次式を得る．

$$A_l^T V_l^{-1} A_l + \frac{1}{a^2} A_{ld}^T A_{ld} = \begin{pmatrix} 100-\frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{9}{8a^2} & -\frac{200}{3\sqrt{2}}-\frac{1}{8a^2} \\ -\frac{200}{3\sqrt{2}}-\frac{1}{8a^2} & 100-\frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{8a^2} \end{pmatrix} \tag{94}$$

式 (94) より，次式を得る．

$$\left(A_l^T V_l^{-1} A_l + \frac{1}{a^2} A_{ld}^T A_{ld}\right)^{-1} = \frac{24a^4}{80000(3-2\sqrt{2})a^4+600(5-2\sqrt{2})a^2+3} \times \begin{pmatrix} 100-\frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{8a^2} & \frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{8a^2} \\ \frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{8a^2} & 100-\frac{200}{3\sqrt{2}}+\frac{9}{8a^2} \end{pmatrix} \tag{95}$$

式 (89) に，式 (90)，(91) 及び (95) を使用して，次式を得る．

$$\left[M\left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} M^T\right]^{-1} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{12} & h_{22} \end{pmatrix} \tag{96}$$

ここで，次式を定義する．

$$h_{11} = \frac{120000(3-2\sqrt{2})a^4+200(21-8\sqrt{2})a^2+3}{a^2\{80000(3-2\sqrt{2})a^4+600(5-2\sqrt{2})a^2+3\}} \tag{97}$$

$$h_{12} = \frac{200\{200(3-2\sqrt{2})a^2+3\}}{80000(3-2\sqrt{2})a^4+600(5-2\sqrt{2})a^2+3} \tag{98}$$

$$h_{22} = \frac{600\{200(3-2\sqrt{2})a^2+1\}}{80000(3-2\sqrt{2})a^4+600(5-2\sqrt{2})a^2+3} \tag{99}$$

式 (96) より，式 (81) を得る．

一方，式 (90) 及び (77) より，式 (80) を得る．

ここで，次式を得る．

$$\frac{200(3-2\sqrt{2})a^2+1}{800(3-2\sqrt{2})a^2+3} > \frac{1}{4} \tag{100}$$

式 (83) 及び (100) より，式 (86) を得る．

また，式 (85) より，次式を得る．

$$a_{22} - \frac{3}{4}a^2 = \frac{50(75-32\sqrt{2})a^2+3}{200\{800(3-2\sqrt{2})a^2+3\}} > 0 \tag{101}$$

式 (101) より，式 (87) を得る．(証明終)

4.5 速度推定可能条件の例

次の例は，前提条件 2 は成立するが，前提条件 1 は成立しない場合を示す．すなわち，提案法では受信局 3 個で速度推定可能であるが，従来法では受信局 4 個で速度推定不可能な場合である（性質 7 及び 9 参照）．

(例 2)

$$\underline{B}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{B}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{L}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{102}$$

とすれば，次式を得る．

$$\begin{aligned} \underline{\omega}(0) &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \\ \underline{\omega}(1) &= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \\ \underline{\omega}(2) &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \\ \underline{\omega}(3) &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{103}$$

式 (103) より，$\underline{\omega}(0)$，$\underline{\omega}(1)$，$\underline{\omega}(2)$ は 1 次独立で前提条件 2 は成立する．しかし，前提条件 1 は成立しない．

5. む す び

本論文では，ドップラー観測値を併用する TDOA において，従来の Taylor 級数推定法と異なり，速度の初期値を使用せずに目標速度を推定する方法を提案した．また，従来法で速度が推定可能ならば，提案法

でも推定可能であることを示した，この結果，推定可能な範囲は従来法より広いことがわかった．更に，本提案による速度の推定精度は，従来法以上であることを解析的に示した．なお，距離差と提案のドップラー観測モデルにより位置と速度を同時に推定した場合の収束値は，距離差のみから位置の収束値を算出し，この値を位置の初期値として提案法で速度を推定することと等価である．すなわち，提案法の速度推定の初期値に従来の逐次法で得られる位置収束値を使用すれば，提案法では速度推定の収束計算が不要である．

文　献

[1] M.K. Baczyk, P. Samczynski, P. Krysik, and K. Kulpa, "Traffic density monitoring using passive radars," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. Mag., vol.32, no.2, pp.14–21, Feb. 2017.

[2] S.S. Blackman and R. Popoli, Design and Analysis of Modern Tracking Systems, Artech House, Boston, 1999.

[3] 小菅義夫, 古賀　禎, 宮崎裕己, 秋田　学, 稲葉敬之, "ドップラー観測値を併用する TDOA の位置・速度推定," 信学論（B），vol.J99-B, no.3, pp.230–240, March 2016.

[4] 宮崎裕己，小菅義夫，島田浩樹，田中俊幸，"TDOA 測位における基準局選択と測位結果の関連," 信学論（B），vol.J97-B, no.12, pp.1234–1242, Dec. 2014.

[5] EUROCAE, "Technical specification for wide area multilateration (WAM) system," ED-142, Sept. 2010.

[6] J. Guo and S. Jan, "Combined use of Doppler observation and DTOA measurement of 1090-MHz ADS-B signals for wide area multilateration," Proc. 2015 International Technical Meeting, ION ITM 2015, pp.84–93, Jan. 2015.

[7] 佐田達典，GPS 測量技術，オーム社，東京，2003.

[8] 安田明生，"GPS の現状と展望," 信学誌，vol.82, no.12, pp.1207–1215, Dec. 1999.

[9] Y. Bar-Shalom, X.R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.

[10] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

[11] 坂井丈泰，GPS 技術入門，東京電機大学出版局，東京，2003.

[12] W.H. Foy, "Position-location solutions by Taylor-series estimation," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.12, no.2, pp.187–194, March 1976.

[13] J. Yan, C.C.J.M. Tiberious, G.J.M. Janssen, P.J.G. Teunissen, and G. Bellusci, "Review of range-based positioning algorithms," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. Mag., vol.28, no.6, pp.2–27, Aug. 2013.

[14] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[15] 中川　徹，小柳義夫，最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，東京，1982.

付　　録

（定理 1）D_{11}，D_{22} は正方行列で，

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix} > 0 \quad \text{(A·1)}$$

とする．すると，D_{11}，D_{22} 及び $H = D_{22} - D_{12}^T D_{11}^{-1} D_{12}$ は，正値対称行列で，次式が成立する [10].

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} D_{11}^{-1} + D_{11}^{-1} D_{12} H^{-1} D_{12}^T D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1} D_{12} H^{-1} \\ -H^{-1} D_{12}^T D_{11}^{-1} & H^{-1} \end{pmatrix} \quad \text{(A·2)}$$

（行列の大小関係関連における諸結果）

D，D_1，D_2，D_3 を $n \times n$ の実対称行列とする．まず，$D_1 - D_2 > 0$ を $D_1 > D_2$ と定義する．また，$D_1 - D_2 \geq 0$ を $D_1 \geq D_2$ と定義する．

つぎに，$(\underline{x}, \underline{y})$ はベクトル $\underline{x}$，$\underline{y}$ の内積を表すとする．すると，次の性質を得る．

（性質 A-1）$D \geq 0$ と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$ に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x}, \underline{x}) \geq 0 \quad \text{(A·3)}$$

（性質 A-2）$D > 0$ と，任意の n 次元ベクトル $\underline{x}$（ただし，$\underline{x} \neq \underline{0}$）に対して次式が成立することは同値である，

$$(D\underline{x}, \underline{x}) > 0 \quad \text{(A·4)}$$

（性質 A-3）$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_3$ のとき，$D_1 \geq D_3$ である．また，$D_1 \geq D_2$ かつ，$D_2 \geq D_1$ のとき，$D_1 = D_2$ である．

（性質 A-4）$D_1 \geq D_2 > 0$ ならば，$D_2^{-1} \geq D_1^{-1} > 0$ である．

（性質 A-5）$D > 0$ ならば，D の対角成分は正である．

（性質 A-6）$D \geq 0$ ならば，D の対角成分は非負である．

（性質 A-7）誤差共分散行列は半正値対称行列である．

（性質 A-8）$D_1 = D_2 - D_3$ かつ $D_3 \geq 0$ ならば，$D_1 \leq D_2$ である．

（性質 A-9）$D > 0$ ならば，$0 \leq F^T DF$ である．

（平成 29 年 12 月 4 日受付，30 年 5 月 1 日再受付，
6 月 8 日早期公開）

小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 26 より，電子航法研究所及び電通大勤務．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．工博．IEEE シニア会員．

古賀　　禎　（正員）

平 5 東京理科大・理工・電気卒．平 7 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

呂　　暁東　（正員）

平 17 東工大大学院情報理工学研究科博士課程了．同年同大学助教．平 24 電子航法研究所入所．工博．分散コンピューティング，航空監視システム，交通情報システムなどの研究に従事．IEEE シニア会員．

秋田　　学　（正員）

平 17 大阪大・工・電子情報エネルギー工卒，平 20 同大大学院博士前期課程了．平 23 同大大学院博士後期課程了．平 24 ニューメキシコ工科大学博士研究員．平 25 電気通信大学大学院情報理工学研究科助教．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．