一般社団法人　電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
IEICE Technical Report
SANE2017-99 (2018-01)

ドップラーとバイアス誤差を有する距離観測値による TOA 測位，測速

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　呂　暁東[†]　稲葉　敬之[††]

† 電子航法研究所　〒182-0012 東京都調布市深大寺東町 7-42-23
††電気通信大学　〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1

E-mail: † kosuge@enri.go.jp　††y-kosuge@uec.ac.jp

あらまし　ドップラー及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標の位置及び速度を推定する TOA（Time of Arrival）において，２つの方法を考察する．１つ目は，ドップラー観測値のみを使用して目標位置，速度を推定する方法である．２つ目は，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に距離バイアス誤差を推定する方法である．さらに，両推定法に対し，配置行列（送受信機の配置より決まる長方行列）を使用した推定可能条件を明らかにする．また，両者の位置，速度推定結果は同一であることを示す．最後に，配置行列から算出した固有値とドップラー観測雑音共分散行列の固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式を示す．

キーワード　TOA，GPS，測位，誤差解析，距離，距離バイアス誤差，ドップラー

TOA Method Using Range with Bias Error and Doppler Measurements

Yoshio KOSUGE[†, ††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†] , Xiaodong LU[†] and Takayuki INABA[††]

† Electronic Navigation Research Institute　7-42-23 Jindaijihigashi-machi, Chofu-shi, Tokyo, 182-0012 Japan

††University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585 Japan

E-mail: † kosuge@enri.go.jp　††y-kosuge@uec.ac.jp

Abstract　In this paper, we assume that each range measurement has a bias error in a TOA (Time of Arrival) method. We illustrate that we can estimate 3-dimensional target location and velocity only using Doppler measurements. We also illustrate that we can estimate target location, target velocity and range bias errors using range with bias error and Doppler measurements. We provide observability condition using a placement matrix (the matrix calculated from reference points and the target's point). We prove that there is not difference between both methods in terms of estimated location and velocity of the target. We also present the measure of estimated accuracy using the minimum singular value of the placement matrix.

Keywords　TOA, GPS, location system, error analysis, range, range bias error, Doppler

1. まえがき

TOA（Time of Arrival）は，電波到達時間に光速を乗算した値である送受信間の距離を複数観測し，移動体の位置を推定する[1]～[8]．ところで，距離は，未知数である三次元の位置の非線形関数である．このため，TOA では，非線形関数からなる連立方程式を解く必要がある．この方法として，Taylor 級数推定法が知られている[9]．Taylor 級数推定法は，Taylor 展開により線形近似した得た線型モデルに，重み付き最小自乗法を使用して解を算出する方法である．

この方法では，送信機間あるいは受信機間の時刻同期は取れているが，送受信機間の時刻同期は必ずしも取れていないとするのが一般的である[1]～[8]. この場合，送受信機間の時刻同期誤差による距離バイアス誤差を未知数として一つ付加し，位置を推定する．なお，送受信機間で時刻同期が取れていても，マルチパスの影響で，距離バイアスが生じる場合がある．

ここで，マルチパスの影響軽減については，各種の報告がある．例えば，バイアス誤差が小さい受信局が既知であれば，マルチパスの影響を軽減するアルゴリズが使用可能である[10]．また，観測誤差の統計的性質を使用したマルチパスの影響軽減アルゴリズムが報告されている[11],[12]．しかし，時刻同期誤差は，直接波のみの場合にも発生する．

このため，本稿では，バイアス誤差が小さい受信局が未知でも，あるいは受信信号の特性が不明でも，距離バイアス誤差が送受信機ごとに異なる場合に対処可能な方法を提案する．

ここで，距離およびドップラー（距離の時間微分値）を観測する場合のTaylor級数推定法による三次元の目標位置，速度推定の有効性が報告されている[13].

すなわち,距離のみを観測するTOAで測位が可能な送受信機の配置ならば，距離とドップラーを複数同時に観測し三次元の位置及び速度が推定可能なことが報告されている．また，ドップラーを使用すれば，ドップラーの観測精度や送受信機の配置によらず，距離のみから算出される位置推定精度以上が実現できることが示されている．ただし，距離バイアス誤差は，すべての送受信機間で一定としている.

本稿では，ドップラー及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標の位置及び速度を推定する２つの方法について考察する．１つ目は，距離観測値は使用せずに，ドップラーのみを観測値として目標位置,速度を推定する方法である．２つ目は，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に距離バイアス誤差を推定する方法である．さらに，両推定法に対し，配置行列（送受信機の配置より決まる長方行列）を使用した目標位置，速度が推定可能となるための条件を明らかにする.また，両推定法の精度を解析的に比較する．さらに，配置行列の固有値とドップラー観測雑音共分散行列の固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式を示す.

2. 観測モデル

ここでは，n 対の距離及びドップラー観測値の線形モデルについて述べる.なお,記述を容易にするため，目標が送信機を有しているとする.

2.1. 距離の観測モデル

まず，目標とは異なる位置にある$i(i=1,\cdots,n)$番目の受信局の位置ベクトル$\underline{B}_i$（既知）を，D^Tは行列Dの転置行列を表すとして，次式で表す．なお，座標系は，三次元直交座標を使用する

$$\underline{B}_i=\left(x_i,y_i,z_i\right)^T \tag{1}$$

つぎに，目標の位置を次式で表す.

$$\underline{L}=\left(x,y,z\right)^T \tag{2}$$

すると，i番目の送受信機間の距離の真値R_iは次式となる.

$$R_i=f_i\left(x,y,z\right) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する.

$$f_i\left(x,y,z\right)=\sqrt{\left(x_i-x\right)^2+\left(y_i-y\right)^2+\left(z_i-z\right)^2} \tag{4}$$

すると，i番目の送受信機間の距離の観測値R_{io}は次式となる.

$$R_{io}=R_i+b_i+v_i \tag{5}$$

ここで，b_iは距離のバイアス誤差，v_iはランダムな距離の観測誤差である．なお，マルチパスの影響による距離のバイアス誤差もb_iに含める.

すると，次の式(7)に全微分の公式を使用し，次の性質を得る[1],[3]～[7].

（性質１）目標の位置推定のための初期値をx_0,y_0,z_0とすると，次式を得る.

$$\Delta R_{io}\approx\begin{pmatrix}\alpha_i & \beta_i & \gamma_i\end{pmatrix}\underline{a}_l+b_i+v_i \tag{6}$$

ここで，次式を定義する.

$$\Delta R_{io}=R_{io}-f_i\left(x_0,y_0,z_0\right) \tag{7}$$

$$\underline{a}_l=\left(x-x_0,y-y_0,z-z_0\right)^T \tag{8}$$

$$\alpha_i=\frac{\partial f_i}{\partial x}\left(x_0,y_0,z_0\right),\beta_i=\frac{\partial f_i}{\partial y}\left(x_0,y_0,z_0\right),\gamma_i=\frac{\partial f_i}{\partial z}\left(x_0,y_0,z_0\right) \tag{9}$$

性質１を使用して，I_nを $n\times n$の単位行列とすれば，次式の距離の線形観測モデルを得る.

$$\underline{z}_l=\begin{pmatrix}A_l & I_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{a}_l\\ \underline{a}_b\end{pmatrix}+\underline{v}_l \tag{10}$$

ここで，式(9)を使用し，

$$\underline{\omega}(i)=\begin{pmatrix}\alpha_i & \beta_i & \gamma_i\end{pmatrix} \tag{11}$$

とし，次式を定義する.

$$A_l=\begin{pmatrix}\underline{\omega}(1)^T & \cdots & \underline{\omega}(n)^T\end{pmatrix}^T \tag{12}$$

$$\underline{z}_l=\left(\Delta R_{1o},\Delta R_{2o},\cdots,\Delta R_{no}\right)^T \tag{13}$$

$$\underline{a}_b=\left(b_1,b_2,\cdots,b_n\right)^T \tag{14}$$

$$\underline{v}_l=\left(v_1,v_2,\cdots,v_n\right)^T \tag{15}$$

なお，A_lは$n\times 3$の行列である.

2.2. ドップラーの観測モデル

i番目の受信機の速度ベクトル$\underline{\dot{B}}_i$（既知）を，式(1)を時間微分し，次式で表す.

$$\underline{\dot{B}}_i=\left(\dot{x}_i,\dot{y}_i,\dot{z}_i\right)^T \tag{16}$$

つぎに，目標の速度ベクトルを，式(2)を時間微分し，次式で表す.

$$\dot{\underline{L}} = \left(\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right)^T \tag{17}$$

すると，次の性質を得る[13].

（性質２） i番目の送受信機間のドップラーの真値を$\dot{R}_i$とすれば，次式を得る.

$$\dot{R}_i = g_i\left(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right) \tag{18}$$

ここで，次式を定義する.

$$g_i\left(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right) = \frac{\left(x_i - x\right)\left(\dot{x}_i - \dot{x}\right) + \left(y_i - y\right)\left(\dot{y}_i - \dot{y}\right) + \left(z_i - z\right)\left(\dot{z}_i - \dot{z}\right)}{f_i\left(x,y,z\right)} \tag{19}$$

すると，i番目の送受信機間のドップラーの観測値$\dot{R}_{io}$は次式となる.

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \tag{20}$$

なお，$\dot{v}_i$はドップラーのランダムな観測誤差である.

次の性質は，ドップラーを，目標の位置と速度とで線形近似した結果を示す[13].

（性質３）速度推定のための初期値を$\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0$とすると，次式を得る.

$$\Delta\dot{R}_{io} \approx \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix}\underline{a}_l + \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix}\underline{a}_d + \dot{v}_i \tag{21}$$

ここで，次式を定義する.

$$\Delta\dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - g_i\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right) \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{il} &= \frac{\partial g_i}{\partial x}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right), \\ \beta_{il} &= \frac{\partial g_i}{\partial y}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right), \\ \gamma_{il} &= \frac{\partial g_i}{\partial z}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right) \end{aligned} \tag{23}$$

$$\underline{a}_d = \left(\dot{x}-\dot{x}_0,\dot{y}-\dot{y}_0,\dot{z}-\dot{z}_0\right)^T \tag{24}$$

性質３及び式(11)，(12)を使用して，次式のドップラーの線形観測モデルを得る.

$$\underline{z}_d = B\underline{b} + \underline{v}_d \tag{25}$$

ここで，

$$\underline{\kappa}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$A_{ld} = \begin{pmatrix} \underline{\kappa}(1)^T & \cdots & \underline{\kappa}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{27}$$

とし，次式を定義する.

$$B = \begin{pmatrix} A_{ld} & A_l \end{pmatrix} \tag{28}$$

$$\underline{z}_d = \left(\Delta\dot{R}_{1o},\Delta\dot{R}_{2o},\cdots,\Delta\dot{R}_{no}\right)^T \tag{29}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{30}$$

$$\underline{v}_d = \left(\dot{v}_1,\dot{v}_2,\cdots,\dot{v}_n\right)^T \tag{31}$$

2.3. 距離及びドップラーの観測モデル

性質１及び３より，次式の距離及びドップラーの線形観測モデルを得る.

$$\underline{z} = A\underline{a} + \underline{v} \tag{32}$$

ここで，$O_{m,n}$を$m \times n$の零行列とし，次式を定義する.

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{z}_l^T & \underline{z}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{33}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} & I_n \\ A_{ld} & A_l & O_{n,n} \end{pmatrix} \tag{34}$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T & \underline{a}_b^T \end{pmatrix}^T \tag{35}$$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_l^T & \underline{v}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{36}$$

なお，式(34)のAを配置行列と呼ぶ.

2.4. 観測雑音共分散行列

ここでは，観測雑音において，次式を仮定する．なお，$E[\ ]$は平均，$D > 0$は行列Dが正値対称行列，$D \geq 0$は行列Dが半正値対称行列，$\underline{0}$は零ベクトルを表す.

$$E\left[\underline{v}\right] = \underline{0} \tag{37}$$

$$V = E\left[\underline{v}\underline{v}^T\right] = \begin{pmatrix} V_l & V_{ld} \\ V_{ld}^T & V_d \end{pmatrix} > 0 \tag{38}$$

ここで，次式を定義する.

$$V_l = E\left[\underline{v}_l\underline{v}_l^T\right] \tag{39}$$

$$V_d = E\left[\underline{v}_d\underline{v}_d^T\right] \tag{40}$$

$$V_{ld} = E\left[\underline{v}_l\underline{v}_d^T\right] \tag{41}$$

3. 推定方法

3.1. ドップラー単独法

次の性質は，n 個のドップラー観測値から，重み付き線形最小自乗法により，目標の位置及び速度が算出できることを示す．この推定法をドップラー単独法と呼ぶことにする．

（性質４）式(25)において，重み付き最小自乗法[15],[16]により，次式を最小とする $\hat{\underline{b}}$ を推定する．

$$J = \left(\underline{z}_d - B\hat{\underline{b}}\right)^T V_d^{-1}\left(\underline{z}_d - B\hat{\underline{b}}\right) \tag{42}$$

解は，$B^T V_d^{-1} B$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{b}} = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d \tag{43}$$

次の性質は，算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す[15],[16]．

（性質５）式(43)は，次の性質を有する．

$$E\left[\hat{\underline{b}}\right] = \underline{b} \tag{44}$$

$$E\left[\left(\hat{\underline{b}} - \underline{b}\right)\left(\hat{\underline{b}} - \underline{b}\right)^T\right] = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} \tag{45}$$

3.2. バイアス検出法

次の性質は，n対の距離及びドップラー観測値から，重み付き線形最小自乗法により，目標の位置，速度及び各受信局の距離バイアス誤差が算出できることを示す．この推定法をバイアス検出法と呼ぶことにする．

（性質６）式(32)において，重み付き最小自乗法[15],[16]により，次式を最小とする $\hat{\underline{a}}$ を推定する．

$$J = \left(\underline{z} - A\hat{\underline{a}}\right)^T V^{-1}\left(\underline{z} - A\hat{\underline{a}}\right) \tag{46}$$

解は，$A^T V^{-1} A$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}} = \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} \tag{47}$$

次の性質は，算出した目標の位置，速度及び距離バイアス誤差が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す[15],[16]．

（性質７）式(47)は，次の性質を有する．

$$E\left[\hat{\underline{a}}\right] = \underline{a} \tag{48}$$

$$E\left[\left(\hat{\underline{a}} - \underline{a}\right)\left(\hat{\underline{a}} - \underline{a}\right)^T\right] = \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} \tag{49}$$

4. 推定方法の解析

ここでは，ドップラー単独法及びバイアス検出法における解の存在条件，ならびに両者の比較について述べる．なお，式(28)をドップラー単独法の配置行列，式(34)をバイアス検出法の配置行列と呼ぶ．

4.1. 前提条件

ここでは，解の性質を解析に使用する前提条件について述べる．

（前提条件１）行列 B の階数は 6 である．

（前提条件２）次式が成立する．

$$0 < B^T B \tag{50}$$

（前提条件３）次のいずれかが成立する．

$$A_l^T A_l > 0 \ and \ A_{ld}^T A_{ld} > A_{ld}^T A_l \left(A_l^T A_l\right)^{-1} A_l^T A_{ld} \tag{51}$$

$$A_{ld}^T A_{ld} > 0 \ and \ A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \left(A_{ld}^T A_{ld}\right)^{-1} A_{ld}^T A_l \tag{52}$$

（前提条件４）行列 A の階数は n+6 である．

（前提条件５）次式が成立する．

$$0 < A^T A \tag{53}$$

次の４つの性質は，前提条件１～５が等価なことを示す．なお，証明は，付録の定理１及び線形代数の基本性質により得られる．

（性質８）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件１が成立するための必要十分条件は，前提条件２が成立することである．

（性質９）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件２が成立するための必要十分条件は，前提条件３が成立することである．

（性質１０）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件４が成立するための必要十分条件は，前提条件５が成立することである．

（性質１１）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件１が成立するための必要十分条件は，前提条件４が成立することである．

4.2. 解の存在条件

つぎの性質は，式(43)より，ドップラー単独法の解の存在条件を示す．

（性質１２）$n \geq 6$ で式(38)が成立すれば，前提条件１と次式は，同値である．

$$0 < B^T V_d^{-1} B \tag{54}$$

（証明）まず，式(38)より，付録の定理１を使用して，次式を得る．

$$V_d > 0 \tag{55}$$

行列 B の６個の列ベクトルが１次独立であることと，前提条件１が成立することは等価である．この結果，正値対称行列の性質を使用し，結論を得る．（証明終）

つぎの性質は，式 (47)より，バイアス検出法の解存在

条件を示す．なお，証明は，性質１２と同様である．

（性質１３）$n \geq 6$ で式(38)が成立すれば，前提条件４と次式は，同値である．

$$0 < A^T V^{-1} A \tag{56}$$

なお，先に述べたように，前提条件１～５は等価である．この結果，性質１２及び１３より，次の性質を得る．

（性質１４）$n \geq 6$ で式(38)が成立すれば，前提条件１～５のいずれかが成立することと，ドップラー単独法及びバイアス検出法で解があることとは同値である．

4.3. 性能比較

ここでは，式(47)で算出した $\hat{\underline{a}}$（距離バイアス誤差も推定）と，式(43)で算出した $\hat{\underline{b}}$（距離バイアス誤差は推定しない）の位置，速度の推定結果を比較する．

まず，式(30)及び式(35)より，次式を得る．

$$\underline{b} = N_a \underline{a} \tag{57}$$

なお，次式を定義する．

$$N_a = \begin{pmatrix} I_6 & O_{6,n} \end{pmatrix} \tag{58}$$

すると，次式の $\hat{\underline{a}}_{lv}$ が，バイアス検出法による位置及び速度の推定結果である．

$$\hat{\underline{a}}_{lv} = N_a \hat{\underline{a}} \tag{59}$$

次の性質は，バイアス検出法で算出した目標位置及び速度が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，性質７及び式(57)より得られる．

（性質１５）式(59)は，次の性質を有する．

$$E\left[\hat{\underline{a}}_{lv}\right] = N_a \underline{a} = \underline{b} \tag{60}$$

$$E\left[\left(\hat{\underline{a}}_{lv} - N_a \underline{a}\right)\left(\hat{\underline{a}}_{lv} - N_a \underline{a}\right)^T\right] = N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} N_a^T \tag{61}$$

次の性質は，式(61)及び(45)より，位置及び速度の推定精度は，バイアス検出法とドップラー単独法とで同一であること示す．さらに，式(59)，(47)及び(43)より，位置及び速度の推定結果も，同一であること示す．なお，この結果は，バイアス検出法において，距離観測値は，位置及び速度の推定に寄与しないことを示す．

（性質１６）式(38)が成立し，前提条件１～５のいずれかが成立すれば，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} N_a^T = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} \tag{62}$$

$$N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d \tag{63}$$

4.4. 位置及び速度の推定誤差の上界と下界

ここでは，式(43)で算出した $\hat{\underline{b}}$（ドップラー単独法）の位置，速度の推定誤差について述べる．

まず，式(30)より，次式を得る．

$$\underline{a}_l = N_l \underline{b} \tag{64}$$

$$\underline{a}_d = N_v \underline{b} \tag{65}$$

なお，次式を定義する．

$$N_l = \begin{pmatrix} I_3 & O_{3,3} \end{pmatrix} \tag{66}$$

$$N_v = \begin{pmatrix} O_{3,3} & I_3 \end{pmatrix} \tag{67}$$

すると，次式の $\hat{\underline{b}}_l, \hat{\underline{b}}_v$ がそれぞれドップラー単独法による位置及び速度の推定結果である．

$$\hat{\underline{b}}_l = N_l \hat{\underline{b}} \tag{68}$$

$$\hat{\underline{b}}_v = N_v \hat{\underline{b}} \tag{69}$$

次の性質は，ドップラー単独法の位置あるいは速度の推定誤差共分散行列の上界及び下界を示す．なお，証明は，前提条件３を使用して得られる．

（性質１７）式(38)が成立し，前提条件１～５のいずれかが成立するとする．また，$A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \left(A_l^T A_l\right)^{-1} A_l^T A_{ld}$ の最小固有値を $\lambda_{l,\min}$，最大固有値を $\lambda_{l,\max}$ とする．さらに，$A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \left(A_{ld}^T A_{ld}\right)^{-1} A_{ld}^T A_l$ の最小固有値を $\lambda_{v,\min}$，最大固有値を $\lambda_{v,\max}$ とする．さらにまた，式(40)の最小固有値を $\sigma_{d,\min}^2$，最大固有値を $\sigma_{d,\max}^2$ とする．すると，次式を得る．

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{l,\max}} I_3 \leq E\left[\left(\hat{\underline{b}}_l - E\left[\hat{\underline{b}}_l\right]\right)\left(\hat{\underline{b}}_l - E\left[\hat{\underline{b}}_l\right]\right)^T\right] \leq \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{l,\min}} I_3 \tag{70}$$

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{v,\max}} I_3 \leq E\left[\left(\hat{\underline{b}}_v - E\left[\hat{\underline{b}}_v\right]\right)\left(\hat{\underline{b}}_v - E\left[\hat{\underline{b}}_v\right]\right)^T\right] \leq \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{v,\min}} I_3 \tag{71}$$

5. 考察

5.1. 前提条件

ドップラー単独法及びバイアス検出法において解が存在する必要十分条件の一つは，前提条件１が成立することである．この結果，解が存在するためには，ドップラー単独法では最低６個のドップラー観測値，バイアス検出法では最低６対の距離とドップラー観測値が必要であ

ることが分かる.

5.2. 位置及び速度の推定誤差の上界と下界

異なる送受信機間の観測雑音は無相関とし，$i(i=1,2,\cdots,n)$番目の送受信機間のドップラー観測雑音の分散をσ_{id}^2 とすれば，式(40)は次式となる.

$$V_d = diag\left\{\sigma_{1d}^2,\sigma_{2d}^2,\cdots,\sigma_{nd}^2\right\} \qquad (72)$$

ここで，$diag\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$は対角成分を $a_1,a_2,\cdots,a_n$ とする対角行列とする.

この場合，性質１７において，式(40)の最小固有値$\sigma_{d,\min}^2$，最大固有値$\sigma_{d,\max}^2$はそれぞれσ_{id}^2 $(i=1,2,\cdots,n)$のうちの最小値，最大値である．この結果，位置及び速度の推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式は分かりやすくなる.

なお，位置及び速度の推定精度は，性質１６よりバイアス検出法とドップラー単独法とで同一であるので，性質１７の結果は，バイアス検出法にも適用可能である.

6. むすび

本稿では，Taylor 級数推定法を使用して，ドップラー及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標位置，速度を推定するドップラー単独法及びバイアス検出法について述べた．さらに，これら２つの方法に対し，配置行列を使用した推定可能となるための条件を明らかにした．また，両者の位置,速度推定結果は同一であることを示した．なお，ドップラー単独法は，距離バイアス誤差を推定しない．配置行列から算出した固有値とドップラー観測雑音共分散行列の最大固有値，最小固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界及び下界の算出式を示した.

なお，本稿提案の距離バイアス誤差推定値を使用したマルチパス環境下における目標位置，速度推定精度の改善が今後の課題である.

文　献

[1] 佐田達典，ＧＰＳ測量技術，オーム社 ,東京. 2003.

[2] 西谷芳雄，電波計器，成山堂書店 ,東京. 2002.

[3] 安田明生，“GPS の現状と展望”，信学誌，vol.82 no.12, pp.1207-1215, Dec. 1999.

[4] Y.Bar-Shalom, X.R.Li and T.Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.

[5] M.S,Grewal, L.R.Weill, A.P.Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

[6] 福島荘之介，理解するための GPS 測位計算プログラム入門（その３）測位計算のはなし,航空無線，no.36，夏期， 2003.

[7] 坂井 丈泰，GPS 技術入門，東京電機大学出版局，東京，2003.

[8] 小菅義夫,“特異値によるＴＯＡ測位精度の解析,”，信学論(B)，vol. J96-B，no.3 , pp.366-372 , March 2014.

[9] W. H. Foy, “Position-location Solutions by Taylor-series Estimation,” IEEE Trans. Aerosp.& Electron.Syst., vol.12, no.2, pp.187-194, March 1976.

[10] P.C.Chen, “A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation,” Wireless Communications and Networking Conference, IEEE WCNC 1999, pp. 316-320, 1999.

[11] W. K. Chao and K. T. Lay, “Mobile Positioning and Tracking Based on TOA TSOA TDOA AOA with NLOS-Reduced Distance Measurement,” IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.12, pp.2043-2053, Dec. 2007.

[12] K. T. Lay and, W. K. Chao, “Mobile positioning based on TOA/TSOA/TDOA measurements with NLOS error reduction,” Proc. International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, pp.545-548, Dec. 2005.

[13] 小菅義夫，古賀 禎，宮崎 裕己，秋田 学，稲葉 敬之，“距離とドップラーを観測値とするテイラー級数推定法を用いた三次元の位置及び速度推定の解析，” 信学論 (B), vol. J98-B, no.8 , pp.830-839,Aug. 2015.

[14] A. Gelb,ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[15] 中川 徹，小柳義夫，最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，東京，1982.

付　録

（定理１）Dは$(m+n)\times(m+n)$，D_{11}は$m\times m$は，D_{22}は$n\times n$の行列で，次式が成立するとする.

$$D=\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix}\geq 0 \qquad \text{(A-1)}$$

すると，Dが正値対称行列ならば，D_{22}及び$H=D_{11}-D_{12}D_{22}^{-1}D_{12}^T$は正値対称行列で，次式が成立する．逆に，$D_{22}$及び$H$が正値対称行列ならば，$D$は正値対称行列で，次式が成立する.

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} H^{-1} & -H^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \\ -D_{22}^{-1}D_{12}^T H^{-1} & D_{22}^{-1}+D_{22}^{-1}D_{12}^T H^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \text{(A-2)}$$

また，Dが正値対称行列ならば，D_{11}及び$F=D_{22}-D_{12}^T D_{11}^{-1}D_{12}$は正値対称行列で，次式が成立する．逆に，$D_{11}$及び$F$が正値対称行列ならば，$D$は正値対称行列で，次式が成立する[5].

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} D_{11}^{-1}+D_{11}^{-1}D_{12}F^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1}D_{12}F^{-1} \\ -F^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & F^{-1} \end{pmatrix} \text{(A-3)}$$