

## ドップラー及びバイアス誤差を有する距離観測値からの測位・測速

Estimation of Location and Velocity Using Range with Bias Error and Doppler Measurements

小菅 義夫<sup>††</sup>, 古賀 禎<sup>†</sup>, 宮崎 裕己<sup>†</sup>, 呂 曉東<sup>†</sup>, 秋田 学<sup>††</sup>, 稲葉 敬之<sup>††</sup>Yoshio KOSUGE<sup>††</sup>, Tadashi KOGA<sup>†</sup>, Hiromi MIYAZAKI<sup>†</sup>, Xiaodong LU<sup>†</sup>, Manabu Akita<sup>††</sup>, and Takayuki Inaba<sup>††</sup><sup>†</sup>電子航法研究所, <sup>††</sup>電気通信大<sup>†</sup>Electronic Navigation Research Institute, <sup>††</sup>University of Electro-Communications

## 1. はじめに

ドップラー及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し、目標の位置・速度を推定する方法について述べる。

## 2. 観測モデル

目標とは異なる位置にある  $i$  番目の基地局の位置  $B_i$  及び速度  $\dot{B}_i$  (既知) を、直交座標を使用し、次式で表す。

$$B_i = (x_i, y_i, z_i)^T \quad (1)$$

$$\dot{B}_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T \quad (2)$$

また、目標の位置  $L$  及び速度  $\dot{L}$  (未知) を次式で表す。

$$L = (x, y, z)^T \quad (3)$$

$$\dot{L} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \quad (4)$$

$i$  番目の目標距離観測値  $R_{io}$  は次式とする。

$$R_{io} = R_i + b_i + v_i \quad (5)$$

ここで、ユークリッドノルムを使用し

$$R_i = f_i(x, y, z) = f_i(L) = \|B_i - L\| \quad (6)$$

である。  $b_i$  は距離のバイアス誤差、  $v_i$  は距離のランダムな観測誤差である。

$i$  番目のドップラー観測値  $\dot{R}_{io}$  は次式とする。

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \quad (7)$$

ここで、内積を使用し

$$\dot{R}_i = g_i(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = g_i(L, \dot{L}) = (B_i - L, \dot{B}_i - \dot{L}) / R_i \quad (8)$$

である。  $\dot{v}_i$  はドップラーのランダムな観測誤差である。

次に

$$v_i = (v_1, \dots, v_n)^T \quad (9)$$

$$\dot{v}_i = (\dot{v}_1, \dots, \dot{v}_n)^T \quad (10)$$

$$v = \begin{pmatrix} v_i^T & \dot{v}_i^T \end{pmatrix}^T \quad (11)$$

とし、次式を仮定する。なお、  $E[\cdot]$  は平均を表す。

$$E[v] = 0 \quad (12)$$

$$V = E[vv^T] = \begin{pmatrix} V_i & V_{id} \\ V_{id}^T & V_d \end{pmatrix} > 0 \quad (13)$$

ここで、次式を定義する。

$$V_i = E[v_i v_i^T] \quad (14)$$

$$V_d = E[\dot{v}_i \dot{v}_i^T] \quad (15)$$

$$V_{id} = E[v_i \dot{v}_i^T] \quad (16)$$

## 3. ドップラー単独法

ここでは、  $n$  個のドップラー観測値から、目標の位置及び速度を算出するドップラー単独法について述べる。

目標の位置・速度推定のための初期値をそれぞれ

$$L_0 = (x_0, y_0, z_0)^T, \quad \dot{L}_0 = (\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)^T \quad (17)$$

$$\Delta \dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - g_i(L_0, \dot{L}_0) = \dot{R}_{io} - g_i(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) \quad (17)$$

$$\underline{z}_d = (\Delta \dot{R}_{i_1}, \dots, \Delta \dot{R}_{i_n})^T \quad (18)$$

$$\underline{a}_i = L - L_0 = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)^T \quad (19)$$

$$\underline{a}_v = \dot{L} - \dot{L}_0 = (\dot{x} - \dot{x}_0, \dot{y} - \dot{y}_0, \dot{z} - \dot{z}_0)^T \quad (20)$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{a}_i^T & \underline{a}_v^T \end{pmatrix}^T \quad (21)$$

とすると、式(8)を線形近似し次式を得る。

$$\underline{z}_d = B \underline{b} + \underline{v}_d \quad (22)$$

ここで、次式を定義する。

$$B = \begin{pmatrix} A_{id} & A_i \end{pmatrix} \quad (23)$$

なお、  $A_{id}$  及び  $A_i$  は線形近似の係数からなる  $n \times 3$  の行列である。

$B^T V_d^{-1} B$  が正則ならば、式(22)の重み付き最小自乗法による解は次式である。

$$\hat{\underline{b}} = (B^T V_d^{-1} B)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d \quad (24)$$

## 4. バイアス検出法

ここでは、  $n$  対の距離及びドップラー観測値から、目標の位置、速度及び各基地局の距離バイアス誤差を算出するバイアス検出法について述べる。

$$\Delta R_{io} = R_{io} - f_i(L_0) = R_{io} - f_i(x_0, y_0, z_0) \quad (25)$$

$$\underline{z}_i = (\Delta R_{i_1}, \dots, \Delta R_{i_n})^T \quad (26)$$

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{z}_i^T & \underline{z}_d^T \end{pmatrix}^T \quad (27)$$

$$\underline{a}_b = (b_1, \dots, b_n)^T \quad (28)$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} \underline{a}_i^T & \underline{a}_v^T & \underline{a}_b^T \end{pmatrix}^T \quad (29)$$

とすると、式(7)の線形近似及び式(22)より次式を得る。

$$\underline{z} = A \underline{a} + \underline{v} \quad (30)$$

ここで、  $O_{a,b}$  を  $a \times b$  の零行列、  $I_n$  を  $n \times n$  の単位行列とし、次式を定義する。

$$A = \begin{pmatrix} A_i & O_{n,3} & I_n \\ A_{id} & A_i & O_{n,n} \end{pmatrix} \quad (31)$$

$A^T V^{-1} A$  が正則ならば、式(30)の重み付き最小自乗法による解は次式である。

$$\hat{\underline{a}} = (A^T V^{-1} A)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} \quad (32)$$

## 5. 推定可能条件

(前提条件1) 行列  $B$  の階数は6である。

(性質1) 前提条件1が成立すること、ドップラー単独法で解があること、バイアス検出法で解があることは同値である。

## 6. 性能比較

$$N_a = \begin{pmatrix} I_6 & O_{6,n} \end{pmatrix} \quad (33)$$

とすれば、バイアス検出法での位置・速度推定値は、次式となる。

$$\hat{\underline{a}}_a = N_a \hat{\underline{a}} \quad (34)$$

次の性質は、ドップラー単独法及びバイアス検出法の位置、速度推定結果は同一であることを示す。

(性質2) 前提条件1が成立するとき、次の性質を有する。

$$\hat{\underline{a}}_a = \hat{\underline{b}} \quad (35)$$

## 7. まとめ

Taylor 級数推定法を使用したドップラー単独法及びバイアス検出法について述べた。さらに、これら2つの方法の位置、速度推定結果は同一であることを示した。また、推定可能条件を明らかにした。