論　文

高距離，高ドップラー分解能レーダにおける複数反射点目標の速度，位置推定

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　呂　暁東[†]
秋田　学[††]　稲葉　敬之[††]

Velocity and Location Estimation of a Plural Reflection Point Target for a Radar with High Range and High Doppler Resolution

Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Xiaodong LU[†], Manabu AKITA[††], and Takayuki INABA[††]

あらまし　位置及びドップラーを観測するレーダでは，速度ベクトルとしてはその一成分しか観測できない．ところで，高距離，高ドップラー分解能を有するレーダでは，単一目標の複数の反射点から観測値が得られる．このような場合，車載レーダで観測した方位角とドップラーから，二次元速度ベクトルが推定できることが報告されている．しかし，推定可能条件等は報告されていない．本論文では，単一目標の複数の反射点からの距離，仰角，方位角及びドップラー観測値をもとに，重み付き最小自乗法により，三次元の速度と各反射点の位置の真値を同時に推定する方法（同時推定法と呼ぶ）と速度のみを単独で推定する方法（単独推定法と呼ぶ）とを解析した．両方法とも，反射点とレーダ間の単位位置ベクトルのうち三個が 1 次独立ならば速度が推定可能なことを示す．また，各反射点の単位位置ベクトルから算出される行列の最小固有値が，反射点とレーダの幾何学位置関係の速度推定精度への影響の指標となることを示す．更に，同時推定法は，単独推定法と速度推定結果は同一であるが，反射点が 4 個以上で距離とドップラーに相関がある場合，位置の観測誤差を低減できることを示す．

キーワード　レーダ，ドップラー，重み付き最小自乗法，複数反射点，高分解能，誤差解析，目標速度

1. まえがき

航空機等の移動物体である目標からのレーダ観測値をもとに，目標の速度及び位置の真値を推定する方法について述べる．レーダ観測値としては，極座標の距離，仰角，方位角の目標位置のほかにドップラー（距離の時間変化率）が得られるとする．なお，距離及びドップラーは高分解で得られるとし，仰角と方位角はモノパルス測角で得られるとする．

この推定法の代表例は，追尾フィルタである [1]～[7]．なお，目標位置のほかにドップラーを観測値とする直交座標を使用した追尾法としては拡張カルマンフィルタ [8], [9] が著名である．この場合，ドップラー観測値と，追尾フィルタより算出したドップラー予測値の差を，直交座標による位置，速度からなる六次元ベクトルで線形近似した結果を，目標位置の観測モデルに付加して追尾を行う [10], [11].

ただし，この方法は，3 サンプリング目以降のドップラー観測値しか追尾に使用できない．この欠点を克服するため，予測値の不要なドップラー観測モデルを使用した追尾法が提案されている [12]．しかし．三次元の速度算出には，最低 2 サンプリング分の観測値が必要である．

このため，三次元の目標速度が 1 サンプリングの観測値のみで推定できれば，より有用である．なお，三次元の目標位置観測値と目標速度観測値とを併用した追尾法は，目標位置観測値のみを使用した追尾法の性能を改善できることは示されている [13], [14].

ところで，適切な幾何学的配置の地上設置の 3 台以

[†] 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaijihigashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
[††] 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, The University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan

DOI: 10.14923/transcomj.2017JBP3016

上のレーダで，距離，仰角，方位角，ドップラーを観測すれば，1 サンプリングで三次元の速度が推定可能と報告されている [15]．この推定は，ドップラーが目標位置ベクトルと目標速度ベクトルの内積で表されるため，線形の連立方程式が得られることを使用すれば可能としている．ただし，適切な幾何学的配置の判定条件や指標は示されていない．文献 [15] では，この内積を利用した推定方法はバッチ処理のため実用的ではないとして，リカーシブ性を有するカルマンフィルタによる推定法を検討している．なお，複数レーダを使用した潮流の二次元速度ベクトルの算出にも，この内積が使用されている [16]．

ここで，高分解能レーダでは，単一目標の複数の反射点から観測値が得られる場合がある．この場合，ドップラーに上記内積を使用すれば，反射点ごとに速度を未知数とする線形の方程式が得られる．したがって，単一目標を複数レーダで観測する場合と同様に，最低 3 個の反射点が得られれば三次元の目標速度が推定可能となる．ただし，広域に散在する複数レーダによる単一目標追尾の場合とは異なり，レーダで計測する各反射点の仰角，方位角は極めて近い値となる．この結果，たとえレーダが高性能でも，レーダと反射点の幾何学的位置関係によっては，速度が推定不可能あるいは推定できても精度が極めて悪い場合が生じる．

車載レーダで複数反射点から観測値が得られる場合，上記内積を使用して，方位角とドップラーから，最小自乗法により，二次元の速度ベクトルを推定する方法が報告されている [17], [18]．しかし，近距離で前方を横切る 2 個以上の反射点を有する車両の速度推定精度は期待できるとの記述はあるものの，推定可能となる条件等は報告されていない．

ところで，各反射点を目標とみなせば，多目標追尾法を使用した速度の推定が可能である．しかし，この場合，異なるサンプリング時刻のどの反射点が対応しているかの判別（相関）が必要である．この結果，計算機負荷が極めて高い MHT（Multiple Hypothesis Tracking）等のアルゴリズムが必要となる [1]～[5], [7]．

この相関処理を避けるため，各サンプリングで速度を推定するのが実用的と考えられる．

本論文では，単一目標の複数の反射点からの位置及びドップラー観測値をもとに，重み付き最小自乗法により，三次元の速度及び各反射点の位置の真値を同時に推定する方法と速度のみを単独で推定する方法とを解析する．また，反射点を終点，レーダを始点とする直線上の単位位置ベクトルのうち三個が 1 次独立ならば速度が推定可能であることを明らかにする．更に，反射点とレーダの幾何学位置関係の速度推定精度への影響の指標として，各反射点の単位位置ベクトルから算出される行列の最小固有値を提案する．更にまた，両方法の速度推定精度を比較する．

2. 座標系と観測モデル

2.1 北基準直交座標と極座標

レーダを原点，東を x 軸の正，北を y 軸の正，水平面（x–y 面）に垂直で上方を z 軸の正に取った直交座標（Cartesian coordinates）を「北基準直交座標」と呼ぶ．レーダより目標までの距離を R，水平面より目標までの仰角を E，水平面内で北方向より目標までの方位角を By とした座標を「極座標」と呼ぶ．

2.2 座標変換

$i\ (i = 1, \cdots, n)$ 番目の反射点の北基準直交座標の位置ベクトル $\underline{L}_i$ 及び速度ベクトル $\underline{V}$ をそれぞれ次式で定義する．なお，本論文では，剛体である単一目標の表面の散乱点から，短い観測時間で複数の観測値が得られるとする．このため，速度ベクトルは反射点によらず一定とする．ここで，$\underline{a}^T$ は，ベクトル $\underline{a}$ の転置ベクトルを示す．

$$\underline{L}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \tag{1}$$

$$\underline{V} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \tag{2}$$

北基準直交座標の位置 $(x_i, y_i, z_i)^T$ と極座標の位置 $(R_i, E_i, By_i)^T$ の間には，つぎの関係がある．

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_i \cos E_i \sin By_i \\ R_i \cos E_i \cos By_i \\ R_i \sin E_i \end{pmatrix} \tag{3}$$

2.3 ドップラーの線形モデル

次の性質は，ドップラーの算出式を示す [12]．

（性質 1）i 番目の反射点のドップラーを $\dot{R}_i$，x，y，z の時間微分をそれぞれ $\dot{x}$，$\dot{y}$，$\dot{z}$ とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_i = (x_i\dot{x} + y_i\dot{y} + z_i\dot{z})/R_i \tag{4}$$

次の性質は，極座標の位置と北基準直交座標による速度を使用したドップラーの算出式を示す [12]．

（性質 2）目標のドップラーは，次式で得られる．

$$\dot{R}_i = H_{di}\underline{V} \tag{5}$$

ここで，次式を定義する．なお，式 (3) より，次式は

反射点とレーダ間の単位位置ベクトルである．

$$H_{di} = (\ \cos E_i \sin By_i \quad \cos E_i \cos By_i \quad \sin E_i\ ) \tag{6}$$

性質 2 より．i 番目の反射点の目標のドップラー観測値を $\dot{R}_{oi}$，観測雑音を v_{di} とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_{oi} = H_{di}\underline{V} + v_{di} \tag{7}$$

なお，$E[\ ]$ は平均を表すとし次式を仮定する．

$$E[v_{di}] = 0 \tag{8}$$

$$E[v_{di}v_{dj}] = \sigma_{di}^2 > 0 \quad (i = j),\ 0 \quad (i \neq j) \tag{9}$$

なお，式 (7) は，未知数が 3 個の線形方程式である．この結果，$\underline{V}$ の推定には最低 3 個の $\dot{R}_{oi}$ が必要である．

2.4 位置観測雑音の線形近似

北基準直交座標での i 番目の反射点の観測位置ベクトルは，式 (1) より，次式となる．

$$\underline{z}_{li} = \underline{L}_i + \Gamma_{li}\underline{v}_{li} \tag{10}$$

ここで，$\underline{v}_{li}$ は，次式の i 番目の反射点の極座標による目標位置の観測雑音ベクトルである．

$$\underline{v}_{li} = (v_{Ri}, v_{Ei}, v_{Byi})^T \tag{11}$$

なお，i 番目の反射点の極座標の，距離，仰角，方位角の観測雑音の分散をそれぞれ σ_{Ri}^2，σ_{Ei}^2，σ_{Byi}^2，$diag\{a_1, \cdots, a_n\}$ は対角要素を $a_1, \cdots, a_n$ とする対角行列，$D > 0$ は行列 D が正値，$D \geq 0$ は行列 D が半正値，$\underline{0}$ は零ベクトル，$O_{m,n}$ は $m \times n$ の零行列を表すとし次式を仮定する．

$$E[\underline{v}_{li}] = \underline{0} \tag{12}$$

$$E\left[\underline{v}_{li}\,\underline{v}_{lj}^T\right] = V_{li} \quad (i = j),\ O_{3,3} \quad (i \neq j) \tag{13}$$

ここで，次式を定義する．

$$V_{li} = diag\{\sigma_{Ri}^2, \sigma_{Ei}^2, \sigma_{Byi}^2\} > 0 \tag{14}$$

また，Γ_{li} は極座標の位置観測雑音を北基準直交座標に座標変換する次式の行列である [6], [12]．

$$\Gamma_{li} = \begin{pmatrix} \cos E_i \sin By_i & -R_i \sin E_i \sin By_i & R_i \cos E_i \cos By_i \\ \cos E_i \cos By_i & -R_i \sin E_i \cos By_i & -R_i \cos E_i \sin By_i \\ \sin E_i & R_i \cos E_i & 0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

次の性質は，レーダが通常観測可能な範囲では，式 (15) の Γ_{li} が正則であることを示す [12]．したがって，Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ が正則行列であると仮定しても，実用上差し支えない．

（性質 3）$R_i > 0$ かつ $0 \leq E_i < \pi/2$ ならば，Γ_{li} は正則である．

2.5 位置とドップラーの線形モデル

i 番目の反射点の極座標のドップラーと，北基準直交座標での目標位置ベクトルからなる観測値を，式 (7) 及び (10) を使用し次式で定義する．

$$\underline{z}_i = \left(\dot{R}_{oi}, \underline{z}_{li}^T\right)^T \tag{16}$$

i 番目の反射点の極座標のドップラー及び位置ベクトルの観測雑音ベクトルを，式 (11) を使用し次式で定義する．

$$\underline{v}_i = \left(v_{di}, \underline{v}_{li}^T\right)^T \tag{17}$$

すると，

$$\underline{x}_i = \left(\underline{L}_i^T, \underline{V}^T\right)^T \tag{18}$$

とすれば，式 (16)，(7) 及び (10) より，次式を得る．

$$\underline{z}_i = H_i\underline{x}_i + \Gamma_i\underline{v}_i \tag{19}$$

ここで，I_n は $n \times n$ の単位行列を表すとし．

$$H_i = \begin{pmatrix} O_{3,3} & H_{di} \\ I_3 & O_{3,3} \end{pmatrix} \tag{20}$$

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} 1 & O_{1,3} \\ O_{3,1} & \Gamma_{li} \end{pmatrix} \tag{21}$$

である．

なお，本論文では，距離及びドップラーの算出には高分解能性能確保のための信号処理 [19]～[21]，仰角・方位角の算出にはモノパルス測角を使用するとする．このため，観測雑音の平均は 0，i 番目の反射点のドップラーと距離の観測雑音の相関係数は ρ_i とし次式を仮定する．

$$E[\underline{v}_i] = \underline{0} \tag{22}$$

$$E\left[\underline{v}_i\,\underline{v}_j^T\right] = V_i \quad (i = j),\ O_{4,4} \quad (i \neq j) \tag{23}$$

ここで，式 (9) 及び (14) を使用し次式を定義する．

$$V_i = E\left[\underline{v}_i\,\underline{v}_i^T\right] =$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{di}^2 & \rho_i\sigma_{di}\sigma_{Ri} & 0 & 0 \\ \rho_i\sigma_{di}\sigma_{Ri} & \sigma_{Ri}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Ei}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Byi}^2 \end{pmatrix} > 0 \quad (24)$$

なお，式 (24) は，観測雑音の分散は正，ドップラーと距離の観測雑音の相関係数の絶対値は 1 未満，他の観測雑音は無相関と等価である．したがって，式 (24) を仮定しても，実用上差し支えない．

ここで，式 (19) は，未知数が 3n + 3 個である 4n 個の線形方程式である．この結果，$\underline{x}$ の推定には最低 3 個の反射点が必要である．

3. 複数反射点の観測モデル

3.1 位置ベクトル

北基準直交座標による n 個の反射点からなる $3n$ 次元の位置観測ベクトルを，式 (10) より，次式で定義する．

$$\underline{z}_l = \underline{L} + \Gamma_l \underline{v}_l \quad (25)$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{z}_l = \left(\underline{z}_{l1}^T, \cdots, \underline{z}_{l\mathrm{n}}^T\right)^T \quad (26)$$

$$\underline{L} = \left(\underline{L}_{l1}^T, \cdots, \underline{L}_{l\mathrm{n}}^T\right)^T \quad (27)$$

$$\Gamma_l = \begin{pmatrix} \Gamma_{l1} & O_{3,3} & \cdots & O_{3,3} \\ O_{3,3} & \Gamma_{l2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & O_{3,3} \\ O_{3,3} & \cdots & O_{3,3} & \Gamma_{l\mathrm{n}} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\underline{v}_l = \left(\underline{v}_{l1}^T, \cdots, \underline{v}_{l\mathrm{n}}^T\right)^T \quad (29)$$

式 (29) に式 (12) 及び (13) を使用し，次式を得る．

$$E[\underline{v}_l] = \underline{0} \quad (30)$$

$$E\left[\underline{v}_l \underline{v}_l^T\right] = V_l \quad (31)$$

ここで，次式を定義する．

$$V_l = \begin{pmatrix} V_{l1} & 0I_3 & \cdots & 0I_3 \\ 0I_3 & V_{l2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0I_3 \\ 0I_3 & \cdots & 0I_3 & V_{l\mathrm{n}} \end{pmatrix} \quad (32)$$

3.2 ドップラーベクトル

極座標による n 個の反射点からなる n 次元のドップラー観測ベクトルを，式 (7) より，次式で定義する．

$$\underline{z}_d = H_d \underline{V} + \underline{v}_d \quad (33)$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{z}_d = (\dot{R}_{o1}, \cdots, \dot{R}_{on})^T \quad (34)$$

$$H_d = \begin{pmatrix} H_{d1}^T & \cdots & H_{dn}^T \end{pmatrix}^T \quad (35)$$

$$\underline{v}_d = \left(\underline{v}_{d1}^T, \cdots, \underline{v}_{d\mathrm{n}}^T\right)^T \quad (36)$$

また，式 (8) 及び (9) より，次式を得る．

$$E[\underline{v}_d] = \underline{0} \quad (37)$$

$$E\left[\underline{v}_d \underline{v}_d^T\right] = V_d \quad (38)$$

ここで，次式を定義する．

$$V_d = diag\{\sigma_{d1}^2, \cdots, \sigma_{dn}^2\} \quad (39)$$

なお，式 (33) は，未知数が 3 個の n 個の線形方程式である．

3.3 位置及びドップラーの観測モデル

n 個の反射点からなる $4n$ 次元の観測ベクトルを，式 (33) 及び (25) より，次式で定義する．

$$\underline{z} = H\underline{x} + \Gamma\underline{v} \quad (40)$$

ここで，次式を定義する．

$$\underline{z} = \left(\underline{z}_d^T, \underline{z}_l^T\right)^T \quad (41)$$

$$H = \begin{pmatrix} O_{n,3n} & H_d \\ I_{3n} & O_{3n,3} \end{pmatrix} \quad (42)$$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} \underline{L}^T & \underline{V}^T \end{pmatrix}^T \quad (43)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} I_n & O_{n,3n} \\ O_{3n,n} & \Gamma_l \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\underline{v} = \left(\underline{v}_d^T, \underline{v}_l^T\right)^T \quad (45)$$

また，式 (45) に式 (37)，(38) 及び (30)，(31) を使用し次式を得る．

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \quad (46)$$

$$V = E\left[\underline{v}\,\underline{v}^T\right] = \begin{pmatrix} V_d & V_{dl} \\ V_{dl}^T & V_l \end{pmatrix} \quad (47)$$

ここで，次式を定義する．

$$V_{dl} = E\left[\underline{v}_d \underline{v}_l^T\right] \quad (48)$$

3.4 観測雑音共分散行列の性質

式 (17) を使用し

$$\underline{v}' = \left(\underline{v}_1^T, \cdots, \underline{v}_n^T\right)^T \tag{49}$$

とすれば，式 (45)，(36) 及び (29) より，次式を得る．

$$\underline{v} = M\underline{v}' \tag{50}$$

ここで，$1 \times 4n$ の行列 M_i $(i = 1, \cdots, 4n)$ は i 番目の要素を 1，他の要素を 0 とし，

$$M_d = \begin{pmatrix} M_1^T & \cdots & M_{4n-3}^T \end{pmatrix}^T \tag{51}$$

$$M_{li} = \begin{pmatrix} M_{4i-2}^T & M_{4i-1}^T & M_{4i}^T \end{pmatrix} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{52}$$

$$M_l = \begin{pmatrix} M_{l1}^T & \cdots & M_{ln}^T \end{pmatrix}^T \tag{53}$$

とすれば

$$M = \begin{pmatrix} M_d^T & M_l^T \end{pmatrix}^T \tag{54}$$

である．なお，行列 M は，互いに直交する単位ベクトルからなる行列であるので直交行列であり，次式が成立する．

$$MM^T = M^T M = I_{4n} \tag{55}$$

また，

$$V' = E\left[\underline{v}'(\underline{v}')^T\right] \tag{56}$$

とすれば，式 (49) 及び (23) より，次式を得る．

$$V' = \begin{pmatrix} V_1 & O_{4,4} & \cdots & O_{4,4} \\ O_{4,4} & V_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & O_{4,4} \\ O_{4,4} & \cdots & O_{4,4} & V_n \end{pmatrix} \tag{57}$$

式 (47) に式 (50) 及び (56) を使用し次式を得る．

$$V = MV'M^T \tag{58}$$

次の性質は，位置，速度推定結果の解析に使用する．

（性質 4）式 (24) が成立するならば，次式を得る．

$$V > 0 \tag{59}$$

$$V^{-1} = M[V']^{-1}M^T \tag{60}$$

$$V^{-1} \geq \begin{pmatrix} O_{n,n} & O_{n,3n} \\ O_{3n,n} & V_l^{-1} \end{pmatrix} \tag{61}$$

（証明）式 (57) 及び (24) より，次式を得る．

$$V' > 0 \tag{62}$$

式 (58) 及び (62) より，式 (55) を使用し，式 (59) 及び (60) を得る．

式 (59) 及び (47) より，付録の定理 1 の式 (A·3) を使用し，式 (61) を得る．（証明終）

次に，式 (40) に対する観測雑音の性質について述べる．次の性質は，位置，速度の推定に使用する．

（性質 5）Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ が正則で，式 (24) が成立するならば，次式を得る．

$$G > 0 \tag{63}$$

ここで，次式を定義する．

$$G = E\left[(\underline{z} - H\underline{x})(\underline{z} - H\underline{x})^T\right] \tag{64}$$

（証明）式 (64) に式 (40) 及び (47) を使用し次式を得る．

$$G = \Gamma V \Gamma^T \tag{65}$$

式 (28) 及び (44) より，Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則を使用し，Γ は正則である．したがって，式 (65) 及び (59) より，式 (63) を得る．（証明終）

4. 目標位置と目標速度の推定

4.1 同時推定法

ここでは，重み付き最小自乗法 [7], [8] により，目標速度及び各反射点の目標位置の真値を推定する．すなわち，式 (40) において，$\underline{x}$ の推定値として次式を最小にする $\hat{\underline{x}}$ を算出する．なお，性質 5 より，実用上差し支えない範囲で，G は正則行列である．

$$J = (\underline{z} - H\hat{\underline{x}})^T G^{-1} (\underline{z} - H\hat{\underline{x}}) \tag{66}$$

次の性質は，式 (6) の単位位置ベクトルを使用した $\hat{\underline{x}}$ が算出可能であるための条件及びその算出式を示す．また，$\hat{\underline{x}}$ が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [7], [8]．なお，次の性質及び式 (6) は，例えばレーダと全ての反射点が同一平面上にある場合は，推定不可能であることを示す．すなわち，推定には最低 3 個の反射点が必要であるが，それ以上の数多くの反射点が得られていても推定できない場合があることを示す．

（性質 6）Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則とする．また，式

(24) が成立するとする．すると，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立のときのみ，次式が成立する．

$$\Phi = H^T G^{-1} H > 0 \tag{67}$$

また，式 (67) が成立すれば，次式を得る．

$$\underline{\hat{x}} = \Phi^{-1} H^T G^{-1} \underline{z} \tag{68}$$

$$E[\,\underline{\hat{x}}\,] = \underline{x} \tag{69}$$

$$E\Big[(\underline{\hat{x}} - E[\,\underline{\hat{x}}\,])(\underline{\hat{x}} - E[\,\underline{\hat{x}}\,])^T\Big] = \Phi^{-1} \tag{70}$$

（証明）まず，式 (63) より，次式を得る．

$$\Phi = H^T G^{-1} H \geq 0 \tag{71}$$

次に，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立とする．ここで，もし，Φ が固有値として 0 をもてば，次式が成立する $3(n+1)$ 次元の固有ベクトル $\underline{y}$ が存在する．

$$\Phi \underline{y} = \underline{0} \tag{72}$$

$$\underline{y} \neq \underline{0} \tag{73}$$

ここで，$(\underline{c}, \underline{d})$ は，ベクトル $\underline{c}$，$\underline{d}$ の内積を表すとすると，式 (72) 及び (71) より，次式を得る．

$$(G^{-1} H \underline{y}, H \underline{y}) = 0 \tag{74}$$

式 (74) 及び (63) より，次式を得る．

$$H \underline{y} = \underline{0} \tag{75}$$

ここで，$3n$ 次元ベクトル $\underline{y}_1$，3 次元ベクトル $\underline{y}_2$ を使用し，

$$\underline{y} = \left(\underline{y}_1^T, \underline{y}_2^T\right)^T \tag{76}$$

とすれば，式 (75) 及び (42) より，次式を得る．

$$H_d \underline{y}_2 = \underline{0} \tag{77}$$

$$\underline{y}_1 = \underline{0} \tag{78}$$

式 (77) に，式 (35) 及び H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立の仮定を使用し，次式を得る．

$$\underline{y}_2 = \underline{0} \tag{79}$$

式 (76) に式 (78) 及び (79) を使用し，次式を得る．

$$\underline{y} = \underline{0} \tag{80}$$

式 (80) と，式 (73) は矛盾しており，Φ は固有値として 0 をもたない．したがって，式 (71) より，式 (67) を得る．

逆に，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれも 3 個が 1 次従属とする．すると，式 (35) より，式 (77) 及び次式が成立する 3 次元ベクトル $\underline{y}_2$ が存在する．

$$\underline{y}_2 \neq \underline{0} \tag{81}$$

ここで，$3(n+1)$ 次元ベクトル $\underline{y}$ を

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{0}^T & \underline{y}_2^T \end{pmatrix}^T \tag{82}$$

で定義すれば，式 (42) 及び (77) より，式 (75) を得る．

式 (75) より，式 (71) を使用し式 (72) を得る．一方，式 (81) 及び (82) より，式 (73) を得る．すなわち，Φ が固有値として 0 をもつ．この結果，式 (67) は成立しない．

また，式 (67) が成立するとき，重み付き最小自乗法より，式 (68)～(70) を得る．（証明終）

なお，式 (68) による推定法を同時推定法と呼ぶ．

ここで，行列 K_l，K_v をそれぞれ，

$$K_l = \begin{pmatrix} I_{3n} & O_{3n,3} \end{pmatrix} \tag{83}$$

$$K_v = \begin{pmatrix} O_{3,3n} & I_{3n} \end{pmatrix} \tag{84}$$

と定義すれば，式 (43) より，次式を得る．

$$\underline{L} = K_l \underline{x} \tag{85}$$

$$\underline{V} = K_v \underline{x} \tag{86}$$

すると，式 (85) 及び (86) の同時推定法による推定値は，それぞれ次式で定義できる．

$$\underline{\hat{L}} = K_l \underline{\hat{x}} \tag{87}$$

$$\underline{\hat{V}} = K_v \underline{\hat{x}} \tag{88}$$

次の性質は，式 (87) 及び (88) が不偏推定量であることを示す．また，それらの推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，性質 6 を使用し，得られる．

（性質 7）Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則で，式 (24) が成立するならば，次式を得る．

$$E[\,\underline{\hat{L}}\,] = \underline{L} \tag{89}$$

$$E\Big[(\underline{\hat{L}} - E[\,\underline{\hat{L}}\,])(\underline{\hat{L}} - E[\,\underline{\hat{L}}\,])^T\Big] = K_l \Phi^{-1} K_l^T \tag{90}$$

$$E[\,\underline{\hat{V}}\,] = \underline{V} \tag{91}$$

$$E\Big[(\underline{\hat{V}} - E[\,\underline{\hat{V}}\,])(\underline{\hat{V}} - E[\,\underline{\hat{V}}\,])^T\Big] = K_v \Phi^{-1} K_v^T \tag{92}$$

4.2 単独推定法

ここでは，目標速度のみを，重み付き最小自乗法で推定する方法について述べる．すなわち，重み付き最小自乗法により，$\underline{V}$ の推定値として次式を最小にする $\underline{\hat{V}}'$ を算出する（式 (7) 及び (9) 参照）．

$$J'_v = \sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_{di}^2 \cdot \left(\dot{R}_{oi} - H_{di}\underline{\hat{V}}'\right)^2 \tag{93}$$

次の性質は，式 (6) の単位位置ベクトルを使用した $\underline{\hat{V}}'$ が算出可能であるための条件及びその算出式を示す．また，$\underline{\hat{V}}'$ が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [7], [8]．なお，証明は，性質 6 と同様にして得られる．

（性質 8）式 (9) が成立するとする．すると，H_{di} $(i=1,\cdots,n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立のときのみ，次式が成立する．

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_{di}^2 \cdot H_{di}^T H_{di} > 0 \tag{94}$$

また，式 (94) が成立すれば，次式を得る．

$$\underline{\hat{V}}' = \Psi^{-1}\left[\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_{di}^2 \cdot H_{di}^T \dot{R}_{oi}\right] \tag{95}$$

$$E\left[\underline{\hat{V}}'\right] = \underline{V} \tag{96}$$

$$E\left[\left(\underline{\hat{V}}' - \underline{V}\right)\left(\underline{\hat{V}}' - \underline{V}\right)^T\right] = \Psi^{-1} \tag{97}$$

なお，式 (95) による推定法を単独推定法と呼ぶ．この単独推定法を二次元に限定すれば，文献 [16] の方法と一致する．更に，観測雑音の分散は反射点によらず一定とすれば，文献 [17], [18] の方法と一致する．

5. 考　　察

5.1 速度推定の同一性

次の式 (98) は，式 (92) 及び (97) より，同時推定法と単独推定法とで，速度推定結果のランダム誤差は同一であることを示す．また，次の式 (99) は，両推定法で，速度推定結果も同一であることを示す．

（性質 9）Γ_{li} $(i=1,\cdots,n)$ は正則とする．また，式 (24) が成立するとする．更に，H_{di} $(i=1,\cdots,n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立とする．すると，次式を得る．

$$K_v\Phi^{-1}K_v^T = \Psi^{-1} \tag{98}$$

$$\underline{\hat{V}} = \underline{\hat{V}}' \tag{99}$$

（証明）式 (65) に式 (44) 及び (47) を使用し次式を得る．

$$G = \begin{pmatrix} V_d & V_{dl}\Gamma_l^T \\ \Gamma_l V_{dl}^T & \Gamma_l V_l \Gamma_l^T \end{pmatrix} \tag{100}$$

ここで，A_{11} は $n\times n$，A_{12} は $n\times 3n$，A_{22} は $3n\times 3n$ の行列とし，

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ {A_{12}}^T & A_{22} \end{pmatrix} \tag{101}$$

とすると，式 (100) 及び付録の定理 1 より，次式を得る．

$$\left[A_{11} - A_{12}{A_{22}}^{-1}{A_{12}}^T\right]^{-1} = V_d \tag{102}$$

式 (42) 及び (101) より，式 (67) を使用し次式を得る．

$$H^T G^{-1} = \begin{pmatrix} {A_{12}}^T & A_{22} \\ H_d^T A_{11} & H_d^T A_{12} \end{pmatrix} \tag{103}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} A_{22} & {A_{12}}^T H_d \\ H_d^T A_{12} & H_d^T A_{11} H_d \end{pmatrix} \tag{104}$$

すると，式 (104) に式 (84) 及び付録の定理 1 を使用し次式を得る．

$$K_v\Phi^{-1}K_v^T = \left[H_d^T\left(A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{12}^T\right)H_d\right]^{-1} \tag{105}$$

式 (105) 及び (102) より，次式を得る．

$$K_v\Phi^{-1}K_v^T = \left[H_d^T V_d^{-1} H_d\right]^{-1} \tag{106}$$

式 (35) 及び (39) より，式 (94) を使用し次式を得る．

$$H_d^T V_d^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_{d1}^2 \cdot H_{d1}^T & \cdots & 1/\sigma_{dn}^2 \cdot H_{dn}^T \end{pmatrix} \tag{107}$$

$$H_d^T V_d^{-1} H_d = \Psi \tag{108}$$

式 (106) 及び (108) より，式 (98) を得る．

式 (104) に式 (84)，(98) 及び付録の定理 1 を使用し次式を得る．

$$K_v\Phi^{-1} = \begin{pmatrix} -\Psi^{-1}H_d^T A_{12}A_{22}^{-1} & \Psi^{-1} \end{pmatrix} \tag{109}$$

式 (109) 及び (103) より，式 (102) を使用し次式を得る

$$K_v\Phi^{-1}H^T G^{-1} = \begin{pmatrix} \Psi^{-1}H_d^T V_d^{-1} & O_{3,3n} \end{pmatrix} \tag{110}$$

式 (110) 及び (41) より，次式を得る．

$$K_v\Psi^{-1}H^TG^{-1}\underline{z} = \Psi^{-1}H_d^TV_d^{-1}\underline{z}_d \tag{111}$$

式 (107) 及び (34) より，次式を得る．

$$H_d^TV_d^{-1}\underline{z}_d = \sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_{di}^2 \cdot H_{di}^T\dot{R}_{oi} \tag{112}$$

式 (111) に式 (112) を使用し次式を得る．

$$K_v\Phi^{-1}H^TG^{-1}\underline{z} = \Psi^{-1}\left[\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_{di}^2 \cdot H_{di}^T\dot{R}_{oi}\right] \tag{113}$$

式 (113) に式 (88)，(68) 及び (95) を使用し式 (99) を得る．(証明終)

なお，性質 9 は，位置とドップラー観測値を併用した同時推定法の使用だけでは，ドップラーのみを観測値とした単独推定法の速度推定精度を改善できないことを示す．

5.2 位置推定精度と観測精度の比較

次の性質は，n 個の位置の観測雑音共分散行列の算出式を示す．なお，証明は，式 (21) 及び (31) を使用し，性質 5 と同様にして得られる．

(性質 10) Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則で，式 (14) が成立するならば，次式を得る．

$$G_l = \Gamma_lV_l\Gamma_l^T > 0 \tag{114}$$

ここで，次式を定義する

$$G_l = E\Big[(\underline{z}_l - \underline{L})(\underline{z}_l - \underline{L})^T\Big] \tag{115}$$

次の性質は，式 (90) 及び (115) より，同時推定法の位置推定精度は，位置観測精度以上であることを示す．なお，証明は，式 (61) と付録の定理 1 を使用して得られるが，煩雑なので省略する．

(性質 11) Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則とする．また，式 (24) が成立するとする．更に，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立とする．すると，次式を得る．

$$K_l\Phi^{-1}K_l^T \leq G_l \tag{116}$$

5.3 距離とドップラーが無相関の場合の位置推定

次の性質は，位置とドップラーが無相関のとき，式 (87) より同時推定法の位置推定結果と位置観測値とは同一であることを示す．なお，証明は，式 (47) において $V_{dl} = O_{n,3n}$ を使用し得られる．

(性質 12) Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則とする．また，式 (24) が成立するとする．更に，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立とする．また，位置とドップラーは無相関とする．すると，次式を得る．

$$\hat{\underline{L}} = \underline{z}_l \tag{117}$$

なお，性質 12 は，位置とドップラーとが相関があるときのみ，位置推定精度の改善が図れることを示す．

5.4 反射点が 3 個の場合の位置推定

次の性質は，反射点が 3 個 ($n = 3$) のとき，式 (87) より，同時推定法の位置推定結果と位置観測値とは同一であることを示す．

(性質 13) Γ_{li} $(i = 1, \cdots, n)$ は正則とする．また，式 (24) が成立するとする．更に，H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立とする．ここで，$n = 3$ とする，すると，式 (117) を得る．

なお，性質 13 は，反射点が 4 個以上のときのみ，位置推定精度の改善が図れることを示す．

5.5 位置及び速度推定可能の条件

式 (6) の算出には，仰角及び方位角の真値が必要である．実際には真値は得られないため，観測値で代替する．したがって，観測雑音の影響を受ける．同時推定法による位置推定結果より仰角及び方位角を再計算して使用すれば，性質 11 が示すように，観測雑音の影響を軽減できるが 0 とはならない．なお，式 (15) も同様に再計算できる．

ところで，性質 6 及び 8 は，同時推定法も単独推定法も，式 (6) の H_{di} $(i = 1, \cdots, n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立ならば，推定可能なことを示している．しかし，この条件は，離散的な判定となり，観測雑音の影響を大きく受ける．また，この条件は，式 (94) より，$\Omega = \sum_{i=1}^{n} H_{di}^TH_{di}$ が正則と等価である．したがって，Ω が正則の条件のうち，連続値となる指標が，推定可能条件として望ましい．ところで，Ω は半正値であるので，正則と固有値が全て正は等価である．なお，固有値は行列の要素の連続関数である．したがって，Ω の最小固有値が大が実用的な推定可能条件として考えられる．

次の式 (118) より，x 軸，y 軸，z 軸の速度推定誤差の分散は全て $\sigma^2/\lambda_{\min}$ 以下である．したがって，次の性質は，反射点とレーダの幾何学位置関係で決まる Ω の最小固有値 $\lambda_{\min}$ が大きければ，速度が精度良く算出できることを示す．

なお，上述したように，次の性質の最小固有値 $\lambda_{\min}$ が正は，H_{di} $(i=1,2,\cdots,n)$ のいずれか 3 個が 1 次独立と等価である．

（性質 14）式 (9) が成立し，$\sum_{i=1}^{n} H_{di}^T H_{di}$ の最小固有値 $\lambda_{\min}$ は正とする．また，σ_{di}^2 $(i=1,\cdots,n)$ の最大値を σ^2 とする．すると，次式を得る．

$$E\left[\left(\hat{\underline{V}}'-\underline{V}\right)\left(\hat{\underline{V}}'-\underline{V}\right)^T\right] \le \frac{\sigma^2}{\lambda_{\min}} I_3 \tag{118}$$

（証明）仮定より，次式を得る．

$$0 < \lambda_{\min} I_3 \le \sum_{i=1}^{n} H_{di}^T H_{di} \tag{119}$$

式 (119) 及び仮定より，式 (94) を使用し次式を得る．

$$\lambda_{\min}/\sigma^2 \cdot (\underline{x}, \underline{x}) \le (\Psi \underline{x}, \underline{x}) \tag{120}$$

式 (120) より，次式を得る．

$$0 < \lambda_{\min}/\sigma^2 \cdot I_3 \le \Psi \tag{121}$$

式 (121) より，次式を得る．

$$\Psi^{-1} \le \sigma^2/\lambda_{\min} \cdot I_3 \tag{122}$$

式 (97) 及び (122) より，式 (118) を得る．（証明終）

5.6 2 次元平面での数値例

幾何学的に理解しやすい平面内で，反射点が二個の場合の速度推定の性質を解析する．なお，同時推定法と単独推定法の目標速度推定結果は同一である．このため，ここでは，単独推定法について述べる．まず，反射点の真の位置は，式 (1) に対応し，次式とする．

$$\underline{L}_1 = (-w, r)^T,\ \underline{L}_2 = (w, r)^T \tag{123}$$

なお，車載レーダで，前方の車両を追尾する場合，式 (123) は，二個の反射点が前方に左右対称に存在し，反射点の中心までの距離が r，反射点の間隔が $2w$ を意味する．

式 (6) の単位位置ベクトルは，次式に対応する．

$$\begin{aligned} H_{d1} &= \frac{1}{\sqrt{r^2+w^2}} \begin{pmatrix} -w & r \end{pmatrix}, \\ H_{d2} &= \frac{1}{\sqrt{r^2+w^2}} \begin{pmatrix} w & r \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{124}$$

また，ドップラー観測雑音の分散は一定で，$\sigma_{d1} = \sigma_{d2} = \sigma_d$ とする．

すると，式 (124) より，式 (94) を使用し次式を得る．

$$\sum_{i=1}^{2} H_{di}^T H_{di} = \frac{2}{r^2+w^2} \begin{pmatrix} w^2 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix} \tag{125}$$

$$\Psi^{-1} = \frac{(r^2+w^2)\sigma_d^2}{2} \begin{pmatrix} 1/w^2 & 0 \\ 0 & 1/r^2 \end{pmatrix} \tag{126}$$

式 (97) より，式 (126) が速度推定誤差の共分散行列である．この結果，横方向（x 軸方向）の速度推定精度は，反射点の中心までの距離 r が小さく，反射点の間隔 $2w$ が大きいほどよいことが分かる．なお，遠距離目標では，横方向の速度の推定精度は確保しにくい．

性質 14 における $\lambda_{\min}$ は，$w \le r$ のとき次式となる．この場合，速度推定誤差の分散は，x 方向が，y 方向より大きい．また，x 軸方向の速度推定誤差の分散は，次式及び式 (126) より，$\sigma_d^2/\lambda_{\min}$ である．

$$\lambda_{\min} = 2w^2/(r^2+w^2) \tag{127}$$

ここで，式 (123) で定義される位置ベクトル間の角度を θ とすれば，次式を得る．

$$\sin(\theta/2) = w/\sqrt{r^2+w^2} \tag{128}$$

式 (127) 及び (128) より，次式を得る．

$$\lambda_{\min} = 2\sin^2(\theta/2) \tag{129}$$

式 (129) は，反射点とレーダを結ぶ直線間の角度差が大きいとき，$\lambda_{\min}$ は大きくなることを示す．この結果，この角度差が大きいとき，速度推定誤差が小さいと判断できる（性質 14 参照）．

なお，速度が推定可能かどうかは，性質 8 より，式 (124) の 2 個の単位位置ベクトルが 1 次独立か否かで判定できる．この例では，$\theta \ne 0$ のときのみ 1 次独立で推定可能である．一方，常に非負の値である式 (129) の $\lambda_{\min}$ を使用すれば，最小固有値 $\lambda_{\min}$ が正のときのみ推定可能と判定できる．

このように，「単位位置ベクトルが 1 次独立」でも判定できる．ただし，最小固有値 $\lambda_{\min}$ を使用すれば，推定可能かどうかを判定できるだけではなく，推定不可能な状態に近い（$\lambda_{\min}$ が小さな値）なのか否かまで分かる．

5.7 追尾フィルタの入力諸元

本論文の結果を追尾に使用する場合，速度の推定値はそのまま観測値とすればよい．しかし，複数反射点の位置推定値は，適用先のニーズに応じ，一つを選択あるいは一つに統合するなどの処理が必要である．例えば，衝突回避用の前方監視の車載レーダでは，最短

距離の反射点の選択が妥当である．また，歩道橋に設置したレーダで交差点を監視する場合は，最短距離の反射点は意味がなく，複数反射点全体の重心位置が妥当である．なお，カルマンフィルタで追尾を行う場合，観測雑音共分散行列が必要である．この値には，本論文で提示した推定誤差共分散行列を使用すればよい．

6. むすび

本論文では，複数反射点からの位置及びドップラー観測値をもとに，速度及び各反射点の位置の真値を同時に推定する方法と速度のみを推定する方法とを解析した．両方法とも，反射点を終点，レーダを始点とする単位位置ベクトルのうち三個が1次独立ならば，速度が推定可能であることを明らかにした．また，反射点とレーダの幾何学位置関係の速度推定精度への影響の指標として，各反射点の単位位置ベクトルから構成される行列の最小固有値を提案した．なお，この最小固有値が大きいとき，推定精度は良いと判定される．更に，同時推定法は，単独推定法と速度推定結果は同一であるが，反射点が4個以上で距離とドップラーに相関がある場合，位置観測誤差を低減できることを示した．

なお，本論文では，観測雑音共分散行列は正値対称行列及び正値対称行列となる条件の成立を仮定したが，いずれも実質的な制約条件ではない．この結果，本論文の結果は幅広く適用できる．

文献

[1] C.B. Chang and J.A. Tabaczynski, “Application of state estimation to target tracking,” IEEE Trans. Autom. Control, vol.29, no.2, pp.98–108, Feb. 1984.

[2] S.S. Blackman, Multiple Target Tracking with Radar Applications, Artech House, Dedham, 1986.

[3] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortman, Tracking and Data Association, Academic Press, New York, 1988.

[4] P.L. Bogler, Radar Principles with Applications to Tracking Systems, John Wiley & Sons, New York, 1990.

[5] S.S. Blackman and R. Popoli, Design and Analysis of Modern Tracking Systems, Artech House, Boston, 1999.

[6] 小菅義夫，“レーダによる単一目標追尾法の現状と将来，” 信学論（B），vol.J93-B, no.11, pp.1504–1511, Nov. 2010.

[7] D.B. Reid, “An algorithm for tracking multiple targets,” IEEE Trans. Autom. Control, vol.24, no.5, pp.43–54, Dec. 1979.

[8] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[9] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.

[10] 小菅義夫，亀田洋志，真野清司，近藤倫正，“距離変化率を使用したレーダ追尾の直交座標変換，” 信学論（B-II），vol.J79-B-II, no.3, pp.209–216, March 1996.

[11] 亀田洋志，辻道信吾，小菅義夫，“距離変化率を用いた高密度環境下における目標追尾，” 信学論（B），vol.J82-B, no.8, pp.1559–1568, Aug. 1999.

[12] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，秋田　学，稲葉敬之，“六次元運動モデルを使用したパルスドップラーレーダ用追尾フィルタの初期値，” 信学論（B），vol.J100-B, no.1, pp.21–29, Jan. 2017.

[13] 小菅義夫，“位置及び速度を観測値とする六次元カルマンフィルタの過渡応答，” 信学論（B），vol.J96-B, no.11, pp.1294–1303, Nov. 2013.

[14] 小菅義夫，“位置及び速度を観測値とする九次元カルマンフィルタの過渡応答，” 信学論（B），vol.J97-B, no.7, pp.565–573, July 2014.

[15] S.N. Salinger and J.J. Brandstatter, “Application of recursive estimation and Kalman filtering to Doppler tracking,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.6, no.4, pp.585–592, July 1970.

[16] 日向博文，“HF レーダによる東京湾の M_2 潮流観測，” 国土技術政策総合研究所資料 no.212, March 2005.

[17] H. Rohling, F. Foelster, and H. Ritter, “Lateral velocity estimation for automotive radar applications,” IET International Conference on Radar Systems, Edinburgh, Oct. 2007.

[18] S. Heuel and H. Rohling, “Pedestrian classification in automotive radar systems,” 19th International Radar Symposium, pp.39–44, Warsaw, May 2012.

[19] 桐本哲郎，“自動車レーダの基礎，” http://apmc-mwe.org/mwe2008/pdf/src/TL08-01.pdf

[20] 大内和夫，平木直哉，木寺正平，松田庄司，小菅義夫，小林文明，松波　勲，佐藤源之，レーダの基礎　—探査レーダから合成開口レーダまで—，コロナ社，東京，2017.

[21] R.J. Fitzgerald, “Effects of range-Doppler coupling on chirp radar tracking,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.10, pp.528–532, July 1974.

[22] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

付録

（定理 1）D は $(m+n)\times(m+n)$，D_{11} は $n\times n$，D_{22} は $m\times m$ の行列で，

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix} > 0 \tag{A·1}$$

とすれば，D_{11}，D_{22}，$H_1 = D_{11} - D_{12}D_{22}^{-1}D_{12}^T$ 及び $H_2 = D_{22} - D_{12}^T D_{11}^{-1} D_{12}$ は正値で，次式が成立する [22].

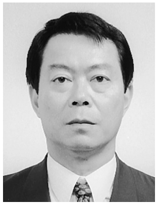
$$D^{-1} =$$

$$\begin{pmatrix} H_1^{-1} & -H_1^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \\ -D_{22}^{-1}D_{12}^T H_1^{-1} & D_{22}^{-1}+D_{22}^{-1}D_{12}^T H_1^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix} D_{11}^{-1}+D_{11}^{-1}D_{12}H_2^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1}D_{12}H_2^{-1} \\ -H_2^{-1}D_{12}^T D_{11}^{-1} & H_2^{-1} \end{pmatrix} \tag{A·2}$$

更に，次式が成立する [13].

$$D^{-1} \geq \begin{pmatrix} O_{n,n} & O_{n,m} \\ O_{m,n} & D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \tag{A·3}$$

（平成 29 年 3 月 20 日受付，6 月 19 日再受付，
8 月 1 日早期公開）



小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 16 長崎大学工学部教授．平 26 より，電子航法研究所及び電通大勤務．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．工博．IEEE シニア会員．

古賀　禎　（正員）

平 5 年東京理科大・理工・電気卒．平 7 年同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 年カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

呂　暁東　（正員）

平 17 東工大大学院情報理工学研究科博士課程了．同年同大学助教．平 24 電子航法研究所入所．工博．分散コンピューティング，航空監視システム，交通情報システムなどの研究に従事．IEEE シニア会員．

秋田　学　（正員）

平 17 大阪大・工・電子情報エネルギー工卒，平 20 同大大学院博士前期課程了．平 23 同大大学院博士後期課程了．平 24 ニューメキシコ工科大学博士研究員．平 25 電気通信大学大学院情報理工学研究科助教．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．