

ドップラ併用の場合の TOA と TDOA の測位

Estimation of TOA and TDOA Location System with Additional Doppler Measurements

小菅 義夫^{†, ††}, 古賀 禎[†], 宮崎 裕己[†], 呂 曉東[†], 秋田 学^{††}, 稲葉 敬之^{††}Yoshio KOSUGE^{†, ††}, Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Xiaodong LU[†], Manabu Akita^{††}, and Takayuki Inaba^{††}

† 電子航法研究所, †† 電気通信大

† Electronic Navigation Research Institute, †† University of Electro-Communications

1. はじめに

本稿は、ドップラを併用する場合の TOA 及び TDOA による三次元の位置・速度推定について述べる。

2. 観測モデル

目標とは異なる位置にある i 番目の基地局の位置 B_i 及び速度 \underline{b}_i (既知) を、三次元直交座標で、次式で表す。

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \quad (1), \quad \underline{b}_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T \quad (2)$$

また、目標の位置 \underline{L} 及び速度 \underline{L} (未知) を次式で表す。

$$\underline{L} = (x, y, z)^T \quad (3), \quad \underline{\dot{L}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \quad (4)$$

i 番目の距離観測値 R_{io} は次式とする。

$$R_{io} = R_i + S + v_i \quad (5)$$

$$R_i = f_i(x, y, z) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (6)$$

ここで、 S は時計誤差による距離のバイアス誤差、 v_i は距離のランダムな観測誤差である。

i 番目のドップラ観測値 \dot{R}_{io} は次式とする。

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \quad (7)$$

$$\dot{R}_i = g_i(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = \frac{(x_i - x)(\dot{x}_i - \dot{x}) + (y_i - y)(\dot{y}_i - \dot{y}) + (z_i - z)(\dot{z}_i - \dot{z})}{R_i} \quad (8)$$

ここで、 \dot{v}_i はドップラのランダムな観測誤差である。次に

$$\underline{v} = (v_1, \dots, v_n, \dot{v}_1, \dots, \dot{v}_n)^T \quad (9)$$

とし、次式を仮定する。なお、 $E[\cdot]$ は平均を表す。

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \quad (10)$$

$$v = E[\underline{v}\underline{v}^T] > 0 \quad (11)$$

また、観測雑音は、センサ間で無相関とする。

3 TOA 測位

目標の位置・速度推定のための初期値をそれぞれ x_0, y_0, z_0 並びに $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ とし、

$$\Delta R_{io} = R_{io} - f_i(x_0, y_0, z_0) \quad (12)$$

$$\Delta \dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - g_i(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) \quad (13)$$

$$\underline{b} = (\Delta R_{1o}, \dots, \Delta R_{no}, \Delta \dot{R}_{1o}, \dots, \Delta \dot{R}_{no})^T \quad (14)$$

$$\underline{a} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0, S, \dot{x} - \dot{x}_0, \dot{y} - \dot{y}_0, \dot{z} - \dot{z}_0)^T \quad (15)$$

とすると、次の線形観測モデルを得る。

$$\underline{b} = A\underline{a} + \underline{v} \quad (16)$$

ここで、 $O_{a,b}$ を $a \times b$ の零行列とし、

$$\underline{\omega}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \quad (17), \quad \underline{\delta}(i) = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(i) & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\underline{\mu}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \quad (19), \quad \underline{\kappa}(i) = \begin{pmatrix} \underline{\mu}(i) & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$A_i = \begin{pmatrix} \underline{\delta}(1)^T & \dots & \underline{\delta}(n)^T \end{pmatrix}^T \quad (21)$$

$$A_{id} = \begin{pmatrix} \underline{\kappa}(1)^T & \dots & \underline{\kappa}(n)^T \end{pmatrix}^T \quad (22)$$

$$A_d = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(1)^T & \dots & \underline{\omega}(n)^T \end{pmatrix}^T \quad (23)$$

とすれば、

$$A = \begin{pmatrix} A_i & O_{n,3} \\ A_{id} & A_d \end{pmatrix} \quad (24)$$

なお、式(17)及び(19)の各要素は、距離及びドップラの線形近似の係数である。

(前提条件 1) $\underline{\omega}(j) - \underline{\omega}(1)$ ($j=2, \dots, n$) のうち、いずれか 3 個が 1 次独立とする。

(性質 1) 前提条件 1 が成立するとき、式(16)における式(15)の推定値は次式で、次の性質を有する。

$$\hat{\underline{a}} = (A^T V^{-1} A)^{-1} A^T V^{-1} \underline{b} \quad (25)$$

$$E[\hat{\underline{a}}] = \underline{a} \quad (26)$$

$$E[(\hat{\underline{a}} - \underline{a})(\hat{\underline{a}} - \underline{a})^T] = (A^T V^{-1} A)^{-1} \quad (27)$$

4. TDOA 測位

$$\underline{d} = (\Delta R_{2o} - \Delta R_{1o}, \dots, \Delta R_{no} - \Delta R_{1o}, \Delta \dot{R}_{1o}, \dots, \Delta \dot{R}_{no})^T \quad (28)$$

$$\underline{c} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0, \dot{x} - \dot{x}_0, \dot{y} - \dot{y}_0, \dot{z} - \dot{z}_0)^T \quad (29)$$

$$\underline{w} = (v_2 - v_1, \dots, v_n - v_1, \dot{v}_1, \dots, \dot{v}_n)^T \quad (30)$$

とすると、次の線形観測モデルを得る。

$$\underline{d} = B\underline{c} + \underline{w} \quad (31)$$

ここで、

$$B_i = \begin{pmatrix} [\underline{\omega}(2) - \underline{\omega}(1)]^T & \dots & [\underline{\omega}(n) - \underline{\omega}(1)]^T \end{pmatrix}^T \quad (32)$$

$$B_{id} = \begin{pmatrix} \underline{\mu}(1)^T & \dots & \underline{\mu}(n)^T \end{pmatrix}^T \quad (33)$$

とすれば、

$$B = \begin{pmatrix} B_i & O_{n-1,3} \\ B_{id} & A_d \end{pmatrix} \quad (34)$$

なお、次式を得る。

$$E[\underline{w}] = \underline{0} \quad (35)$$

(性質 2) 式(11)が成立するとき、次式を得る。

$$W = E[\underline{w}\underline{w}^T] > 0 \quad (36)$$

(性質 3) 前提条件 1 が成立するとき、式(31)における式(29)の推定値は次式で、次の性質を有する。

$$\hat{\underline{c}} = (B^T W^{-1} B)^{-1} B^T W^{-1} \underline{d} \quad (37)$$

$$E[\hat{\underline{c}}] = \underline{c} \quad (38)$$

$$E[(\hat{\underline{c}} - \underline{c})(\hat{\underline{c}} - \underline{c})^T] = (B^T W^{-1} B)^{-1} \quad (39)$$

5. 性能比較

TOA での位置・速度推定値は、 I を 3 次の単位行列とすれば、次式となる。

$$\hat{\underline{a}}_k = K \hat{\underline{a}} \quad (40)$$

ここで、次式を定義する。

$$K = \begin{pmatrix} I & O_{3,1} & 0I \\ 0I & O_{3,1} & I \end{pmatrix} \quad (41)$$

(性質 4) 前提条件 1 が成立するとき、次の性質を有する。

$$\hat{\underline{a}}_k = \hat{\underline{a}} \quad (42)$$

6. まとめ

距離とドップラを併用する場合も、TOA 及び TDOA による三次元の位置・速度の推定結果は同一であることを示した。