

送信時刻と複数の受信時刻を使用した測位法

小菅 義夫^{†,††} 古賀 禎[†] 宮崎 裕己[†] 呂 曉東[†] 秋田 学^{††} 稲葉 敬之^{††}

[†]電子航法研究所 〒182-0012 東京都調布市深大寺東町 7-42-23

^{††}電気通信大学 〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1

E-mail: [†] kosuge@enri.go.jp ^{††} y-kosuge@uec.ac.jp

あらまし 送信局よりパルスを送信して得た移動体からの反射電波を、異なる位置にある複数の受信局で受信して、移動体の位置を推定（測位と呼ぶ）する方法について述べる。なお、送受信局の位置は既知で、時刻整合は取れているとする。TSOA 測位では、送信局と移動体間の距離と、移動体と基準局を含む受信局間との距離の和を算出し測位する。本稿では、TSOA の測位精度は、TDOA 以上であることを示す。併用測位では、まず、一つの受信局のみで距離和を算出する。つぎに、基準局以外の受信局と基準局の受信時刻差より距離差を算出する。最後に、距離和と距離差の併用により測位する。本稿では、TSOA と併用方式に差はないことを示す。

キーワード TSOA, TDOA, MLAT, 測位, 誤差解析, マルチスタティックレーダ

Time Based Location System Using one Transmitter and Several Receivers

Yoshio KOSUGE^{†,††}, Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Xiaodong LU[†], Manabu AKITA^{††}, and Takayuki INABA^{††}

[†] Electronic Navigation Research Institute 7-42-23 Jindaijihigashi-machi, Chofu-shi, Tokyo, 182-0012 Japan

^{††} University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585 Japan

E-mail: [†] kosuge@enri.go.jp ^{††} y-kosuge@uec.ac.jp

Abstract In a TSOA (Time Sum of Arrival) system, a target location can be estimated from several distance sums of R_0 and R_i . Here, R_0 is distance between a transmitter and the target. R_i is distance between each receiver i and the target. It is assumed that the location of the transmitter and receivers are known. We also assume that all clocks are synchronized. In this paper, we prove that accuracy of estimated target location using the TSOA can be improved compared with a TDOA location system. We also prove that there is not difference between a combined use of an additional distance sum measurement and the TDOA.

Keywords TSOA, TDOA, MLAT, location system, error analysis, multi-static radar

1. まえがき

移動体（目標と呼ぶ）が送信機あるいは受信機を有している場合の目標の三次元空間の位置推定（測位と呼ぶ）方法として、TOA (Time of Arrival) が報告されている [1]~[7]. TOA では、送受信局間の距離を同時に複数観測し測位する。この代表例は、GPS (Global Positioning System) である [1]~[7].

なお、距離は、未知数である三次元の位置の非線形関数である。このため、TOA では、距離を線形近似して得たモデルに、重み付き最小自乗法を使用して解を算出する Taylor 級数推定法が使用されている [1]~[8].

しかし、TOA では、移動体と送受信局の幾何学的な位置関係により、測位精度が大きく変化する。測位計算が発散する送受信局の配置すら存在する [1], [4], [5].

本稿は、送信局よりパルスを送信して得た目標からの反射電波を、異なる位置にある複数の受信局で受信

して、測位する方法について述べる。なお、送受信局の位置は既知で、時刻整合は取れているとする。

TSOA (Time Sum of Arrival) では、図 1 に示すように、パルス送信時刻 (T_t) と受信時刻 (T_r) より、送信局と移動体間の距離と、移動体と受信局間との距離の和を算出し測位する [9]. この方法では、 T_t の検出誤差が、全ての距離和に影響する。

また、TDOA (Time Difference of Arrival) では、図 1 に示すように、基準局と異なる位置に配置された受信局で受信した移動体からの電波の受信時刻と、基準局での受信時刻の差である電波到達時刻差を使用して、移動体の位置を推定する [10]. この方法では、基準局の T_r の検出誤差が、全ての距離差に影響する。しかし、 T_t の検出誤差は、距離差には影響しない。

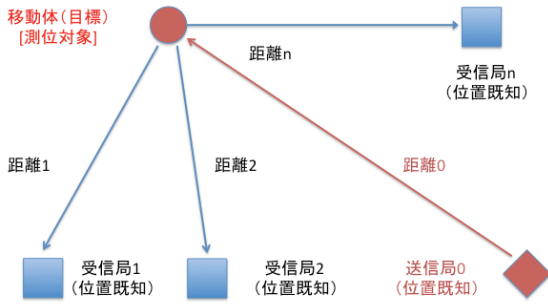


図1 TSOA, TDOA測位の概念

ところで、TSOA と TDOA の測位性能のシミュレーションによる比較結果が報告されている[9]。なお、受信局が4～7局で、時刻検出誤差の分散が同一の場合の二次元平面の測位精度が比較されている。当該報告は、TSOA は TDOA よりすぐれているとしている[9]。また、受信局が多い方が高性能であることが示されている[9]。しかし、この結果が、送受信局間で時刻検出誤差の分散が異なる場合等にも成立するかどうかは不明である。

なお、TDOA は、TSOA より観測値が1個少ない。この改良として、まず一つの受信局で距離和を算出し、つぎに、この距離和と TDOA の併用により測位する方法（併用方式と呼ぶ）が考えられる。なお、併用方式は、基準局で距離和を算出する方法と、基準局以外で距離和を算出する方法がある。しかし、これらの方法の性能は不明である。

本稿では、Taylor 展開推定法において、TSOA と他の方法との推定誤差を解析的に比較する。また受信局が増加すれば、必ず高性能になるかどうかを明らかにする。なお、時刻検出誤差の分散は各局で異なってもよいとする。

2. TSOA による測位

ここでは、 n 個の距離和観測値から、三次元の目標位置を推定する方法について述べる。

2.1. 距離和の観測モデル

目標とは異なる位置にある送信局 ($i=0$) 及び $i(i=1,2,\dots,n)$ 番目の受信局の位置ベクトル \underline{B}_i (位置は既知) を、 D^T は行列 D の転置行列を表すとして、三次元直交座標により次式で表す。

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \quad (1)$$

一方、目標の位置ベクトル \underline{L} (位置は未知) の真値を次式で表す。

$$\underline{L} = (x_l, y_l, z_l)^T \quad (2)$$

すると、目標と i 番目の局の距離の真値 R_i は次式となる。

$$R_i = f_i(x_l, y_l, z_l) \quad (3)$$

ここで、次式を定義する。

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (4)$$

ところで、送信時刻の真値を t_0 、受信時刻の真値を $t_i (i=1,2,\dots,n)$ 、光の速さ (電波の伝搬速度) を c とする。すると、式(3)より、次式を得る

$$R_i + R_0 = c(t_i - t_0) \quad (5)$$

つぎに、時刻検出誤差 $\varepsilon_i (i=0,1,\dots,n)$ は白色で互いに

無相関として、次式を仮定する。ここで、 $E[\]$ は平均を表す記号とする。

$$E[\varepsilon_i] = 0 \quad (i=0,1,\dots,n) \quad (6)$$

$$E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \begin{cases} \rho_i^2 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (7)$$

ここで、送信局と目標間の距離と、目標と i 番目の受信局間の距離との和の観測値 R_{io} は、式(5)より、次式となる。

$$r_{io} = c\{(t_i + \varepsilon_i) - (t_0 + \varepsilon_0)\} = R_i + R_0 + v_i - v_0 \quad (8)$$

ここで、次式を定義する。

$$v_i = c\varepsilon_i \quad (9)$$

すると、式(8)に全微分の公式を使用して、つぎの性質を得る。なお、非線形関数である距離を線形近似して、解きやすい形にする手法は、GPS等で使用されている[1], [4], [5]～[7], [10]。

(性質1) 目標の位置推定のための初期値を x_l^0, y_l^0, z_l^0 とすると、次式を得る。

$$\Delta r_{io} \approx (\alpha_i + \alpha_0)(x_l - x_l^0) + (\beta_i + \beta_0)(y_l - y_l^0) + (\gamma_i + \gamma_0)(z_l - z_l^0) + v_i - v_0 \quad (10)$$

ここで、次式を定義する。

$$\Delta r_{io} = R_i + R_0 + v_i - v_0 - \{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0) + f_0(x_l^0, y_l^0, z_l^0)\} \quad (11)$$

$$\alpha_i = -\frac{x_l - x_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)}, \quad \beta_i = -\frac{y_l - y_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)}, \quad \gamma_i = -\frac{z_l - z_l^0}{f_i(x_l^0, y_l^0, z_l^0)} \quad (12)$$

2.2. 線形モデル

n 個の受信局で距離和を観測するとすれば、式(10)より、次式の線形観測モデルを得る[9].

$$\underline{b}_s = A_s \underline{a} + \underline{v}_s \quad (13)$$

ここで、

$$\underline{b}_s = (\Delta r_{10s}, \dots, \Delta r_{n0s})^T \quad (14)$$

$$\underline{a} = (x - x_l^0, y - y_l^0, z - z_l^0)^T \quad (15)$$

$$\underline{v}_s = (v_1 - v_0, \dots, v_n - v_0)^T \quad (16)$$

で、また、式(12)を使用して、

$$\underline{\omega}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \quad (17)$$

とし、次式を定義する.

$$A_s = \begin{pmatrix} [\underline{\omega}(1) + \underline{\omega}(0)]^T & \dots & [\underline{\omega}(n) + \underline{\omega}(0)]^T \end{pmatrix}^T \quad (18)$$

なお、行列 A_s を配置行列と呼ぶ. さらに、 $\underline{0}$ は零ベクトルを表すとすれば、式(16)に、式(6)及び(7)を使用し、次式を得る.

$$E[\underline{v}_s] = \underline{0} \quad (19)$$

$$V_s = E[\underline{v}_s \underline{v}_s^T] = c^2 \begin{pmatrix} \rho_1^2 + \rho_0^2 & \rho_0^2 & \dots & \rho_0^2 \\ \rho_0^2 & \rho_2^2 + \rho_0^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \rho_0^2 \\ \rho_0^2 & \dots & \rho_0^2 & \rho_n^2 + \rho_0^2 \end{pmatrix} \quad (20)$$

なお、一般的なマルチセンサシステムとは異なり式(20)は対角行列ではないが、次の性質が示すように、正則行列である. ここで、 $D > 0$ は行列 D が正値対称行列、 $D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列を表す. なお、証明は、文献[10]の性質5と同様である.

(性質2) $\rho_i^2 > 0$ ($i=0, \dots, n$)とすれば、次式を得る.

$$V_s > 0 \quad (21)$$

なお、以下、 $\rho_i^2 > 0$ ($i=0, \dots, n$)とする.

2.3. 重み付き最小自乗解

次の性質は、重み付き線形最小自乗法[11],[12]により、目標の位置が算出できることを示す.

(性質3) 式(13)において、重み付き最小自乗法により、

次式を最小とする $\hat{\underline{a}}_s$ を推定する.

$$J_s = (\underline{b}_s - A_s \hat{\underline{a}}_s)^T V_s^{-1} (\underline{b}_s - A_s \hat{\underline{a}}_s) \quad (22)$$

解は、 $A_s^T V_s^{-1} A_s$ が正則ならば、次式である.

$$\hat{\underline{a}}_s = (A_s^T V_s^{-1} A_s)^{-1} A_s^T V_s^{-1} \underline{b}_s \quad (23)$$

次の性質は、算出した目標位置が不偏推定量であること、及びその推定誤差共分散行列を示す.

(性質4) 式(23)は、次の性質を有する.

$$E[\hat{\underline{a}}_s] = \underline{a} \quad (24)$$

$$E[(\hat{\underline{a}}_s - \underline{a})(\hat{\underline{a}}_s - \underline{a})^T] = (A_s^T V_s^{-1} A_s)^{-1} \quad (25)$$

2.4. 重み付き最小自乗解の性質

ここでは、TSOA測位において、重み付き線形最小自乗法により解が算出できるための条件について述べる.

まず、本論文に使用する前提条件を次に示す.

(前提条件1) $\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)$ ($i=1, \dots, n$)のうち、いずれか3個が1次独立とする. なお、 $3 \leq n$ とする.

ところで、式(17)の $\underline{\omega}(i)$ は、式(12)及び(4)が示すように、目標と局の相対的な位置関係で決まる単位ベクトルである. 次の性質は、この単位ベクトルを使用した解の存在条件を示す. なお、証明は、文献[13]の性質4と同様である.

(性質5) 前提条件1が成立するときのみ、 $A_s^T V_s^{-1} A_s$ は正値対称行列である.

3. TDOA による測位

ここでは、 $n-1$ 個の距離差観測値から、三次元の目標位置を推定する方法について述べる.

3.1. 線形モデル

1番目の受信局を基準局として、

$$\Delta r_{d10} = R_i - R_1 + v_i - v_1 - \{f_i(x_i^0, y_i^0, z_i^0) - f_1(x_1^0, y_1^0, z_1^0)\} \quad (26)$$

を観測するとすれば、次の線形観測モデルを得る[10].

$$\underline{b}_d = A_d \underline{a} + \underline{v}_d \quad (27)$$

ここで、

$$\underline{b}_d = (\Delta r_{d210}, \dots, \Delta r_{dn10})^T \quad (28)$$

$$\underline{v}_d = (v_2 - v_1, \dots, v_n - v_1)^T \quad (29)$$

で、また、式(17)を使用して、次式を定義する.

$$A_d = \begin{pmatrix} [\underline{\omega}(2) - \underline{\omega}(1)]^T & \dots & [\underline{\omega}(n) - \underline{\omega}(1)]^T \end{pmatrix}^T \quad (30)$$

さらに、式(29)に、式(6)及び(7)を使用して、次式を得る.

$$E[\underline{v}_d] = \underline{0} \quad (31)$$

$$V_d = E[\underline{v}_d \underline{v}_d^T] = c^2 \begin{pmatrix} \rho_2^2 + \rho_1^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 \\ \rho_1^2 & \rho_3^2 + \rho_1^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \rho_1^2 \\ \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 & \rho_n^2 + \rho_1^2 \end{pmatrix} \quad (32)$$

なお、 V_d は正値対称行列である[10].

3.2. 重み付き最小自乗解

次の性質は、重み付き線形最小自乗法[11],[12]により、目標の位置が算出できることを示す[10].

(性質6) 式(27)において、重み付き最小自乗法による解は、 $A_d^T V_d^{-1} A_d$ が正則ならば、次式である.

$$\hat{\underline{a}}_d = (A_d^T V_d^{-1} A_d)^{-1} A_d^T V_d^{-1} \underline{b}_d \quad (33)$$

次の性質は、算出した目標位置が不偏推定量であること、及びその推定誤差共分散行列を示す.

(性質7) 式(33)は、次の性質を有する.

$$E[\hat{\underline{a}}_d] = \underline{a} \quad (34)$$

$$E[(\hat{\underline{a}}_d - \underline{a})(\hat{\underline{a}}_d - \underline{a})^T] = (A_d^T V_d^{-1} A_d)^{-1} \quad (35)$$

4. 併用方式による測位

ここでは、1個の距離和観測値と、 $n-1$ 個の距離差観測値から、三次元空間での目標位置を推定する方法について述べる.

4.1. 基準局で距離和算出

TDOAによる測位に、基準局での距離和観測値が付加されるとすると、式(10)及び(26)より、次の線形モデルを得る.

$$\underline{b}_{d1} = A_{d1} \underline{a} + \underline{v}_{d1} \quad (36)$$

ここで、

$$\underline{b}_{d1} = (\Delta r_{10o}, \Delta r_{d21o}, \dots, \Delta r_{dn1o})^T \quad (37)$$

$$\underline{v}_{d1} = (v_1 - v_0, v_2 - v_1, \dots, v_n - v_1)^T \quad (38)$$

で、また、式(17)及び(30)を使用して、次式を定義する.

$$A_{d1} = \begin{pmatrix} [\underline{w}(1) + \underline{w}(0)]^T & A_d^T \end{pmatrix}^T \quad (39)$$

さらに、式(38)に、式(6)及び(7)を使用して、次式を得る.

$$E[\underline{v}_{d1}] = \underline{0} \quad (40)$$

$$V_{d1} = E[\underline{v}_{d1} \underline{v}_{d1}^T] = c^2 \begin{pmatrix} \rho_1^2 + \rho_0^2 & -\rho_1^2 & -\rho_1^2 & \cdots & -\rho_1^2 \\ -\rho_1^2 & \rho_2^2 + \rho_1^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 \\ -\rho_1^2 & \rho_1^2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \rho_1^2 \\ -\rho_1^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 & \rho_n^2 + \rho_1^2 \end{pmatrix} \quad (41)$$

式(41)は、距離和が、距離差すべてと相関を持つことを示す.

なお、式(41)は、次の性質が示すように、正則行列である.

(性質8) 次式が成立する.

$$V_{d1} > 0 \quad (42)$$

次の性質は、重み付き線形最小自乗法[11],[12]により、目標の位置が算出できることを示す.

(性質9) 式(36)において、重み付き最小自乗法による解は、 $A_{d1}^T V_{d1}^{-1} A_{d1}$ が正則ならば、次式である.

$$\hat{\underline{a}}_{d1} = (A_{d1}^T V_{d1}^{-1} A_{d1})^{-1} A_{d1}^T V_{d1}^{-1} \underline{b}_{d1} \quad (43)$$

次の性質は、算出した目標位置が不偏推定量であること、及びその推定誤差共分散行列を示す.

(性質10) 式(43)は、次の性質を有する.

$$E[\hat{\underline{a}}_{d1}] = \underline{a} \quad (44)$$

$$E[(\hat{\underline{a}}_{d1} - \underline{a})(\hat{\underline{a}}_{d1} - \underline{a})^T] = (A_{d1}^T V_{d1}^{-1} A_{d1})^{-1} > 0 \quad (45)$$

4.2. 基準局以外での距離和算出

TDOAによる測位に、基準局以外での距離和観測値が付加されるとすると、 n 番目の受信局で距離和を観測するとすれば、式(10)及び(26)より、次の線形モデルを得る.

$$\underline{b}_{dn} = A_{dn} \underline{a} + \underline{v}_{dn} \quad (46)$$

ここで、

$$\underline{b}_{dn} = (\Delta r_{n0o}, \Delta r_{d21o}, \dots, \Delta r_{dn1o})^T \quad (47)$$

$$\underline{v}_{dn} = (v_n - v_0, v_2 - v_1, \dots, v_n - v_1)^T \quad (48)$$

で、また、式(17)及び(30)を使用して、次式を定義する.

$$A_{dn} = \begin{pmatrix} [\underline{w}(n) + \underline{w}(0)]^T & A_d^T \end{pmatrix}^T \quad (49)$$

さらに、式(48)に、式(6)及び(7)を使用して、次式を得る.

$$E[\underline{v}_{dn}] = \underline{0} \quad (50)$$

$$V_{dn} = E[\underline{v}_{dn}\underline{v}_{dn}^T] = c^2 \begin{pmatrix} \rho_n^2 + \rho_0^2 & 0 & \cdots & 0 & \rho_n^2 \\ 0 & \rho_2^2 + \rho_1^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 \\ \vdots & \rho_1^2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \ddots & \ddots & \rho_1^2 \\ \rho_n^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 & \rho_n^2 + \rho_1^2 \end{pmatrix} \quad (51)$$

式(51)は、距離和は、 n 番目の受信局の距離差のみと相関を持つことを示す。

なお、式(51)は、次の性質が示すように、正則行列である。

(性質 1 1) 次式が成立する。

$$V_{dn} > 0 \quad (52)$$

次の性質は、重み付き線形最小自乗法[11],[12]により、目標の位置が算出できることを示す。

(性質 1 2) 式(46)において、重み付き最小自乗法による解は、 $A_{dn}^T V_{dn}^{-1} A_{dn}$ が正則ならば、次式である。

$$\hat{\underline{a}}_{dn} = (A_{dn}^T V_{dn}^{-1} A_{dn})^{-1} A_{dn}^T V_{dn}^{-1} \underline{b}_{dn} \quad (53)$$

5. 測位法の比較

ここでは、TSOA、TDOA 及び併用方式による測位の関連と比較について述べる。

5.1. 併用方式による測位法間の関連

次の性質は、併用方式において、距離和をどの受信局で算出しても、測位結果は同一であることを示す。

(性質 1 3) $A_{d1}^T V_{d1}^{-1} A_{d1}$ が正則ならば、次式が成立する。

$$\hat{\underline{a}}_{d1} = \hat{\underline{a}}_{dn} \quad (54)$$

5.2. TSOA と併用方式の関連

次の性質は、併用方式とTSOAにおいて、送信時刻及び受信時刻の検出誤差の分散がどのような場合でも、測位結果は同一であることを示す。

(性質 1 4) $A_s^T V_s^{-1} A_s$ が正則ならば、次式が成立する。

$$\hat{\underline{a}}_s = \hat{\underline{a}}_{d1} \quad (55)$$

5.3. TDOA と併用方式の比較

次の性質、式(45)及び(35)は、距離和観測値を使用すれば、TDOA 以上の位置推定精度となることを示す。

(性質 1 5)

$$A_d^T V_d^{-1} A_d > 0 \quad (56)$$

とすれば、次式を得る。

$$[A_{d1}^T V_{d1}^{-1} A_{d1}]^{-1} \leq [A_d^T V_d^{-1} A_d]^{-1} \quad (57)$$

6. 考察

6.1. 測位可能となる条件

性質 1 4 及び 1 3 より、TSOA 測位可能と併用方式測位可能とは同一であることが分かる。すなわち、TSOA 測位可能の判定条件により、併用方式測位可能か否かを判定できる。

なお、性質 5 より、 $\underline{\omega}(i) + \underline{\omega}(0)$ ($i=1, \dots, n$) のうちの 3 個がいずれも一次従属のとき、TSOA では測位不可能である。たとえば、送受信局及び目標が同一平面上にある場合は、測位不可能である。

また、性質 1 5 は、TDOA で測位可能ならば、併用方式でも測位可能なることを示す。従って、TDOA で測位可能ならば、併用方式でも測位可能である。

6.2. 受信局増加の影響

式(13)の n 個の受信局で距離和を観測する線形観測モデルに、受信局が m 個増えた場合の線形観測モデルを

$$\underline{b}'_s = (\Delta r_{m+10}, \dots, \Delta r_{m+n0})^T \quad (58)$$

$$\underline{v}'_s = (v_{m+1} - v_0, \dots, v_{m+n} - v_0)^T \quad (59)$$

$$A'_s = \left([\underline{\omega}(m+1) + \underline{\omega}(0)]^T \cdots [\underline{\omega}(m+n) + \underline{\omega}(0)]^T \right)^T \quad (60)$$

として、次のように定義する。

$$\underline{b}_{s+} = A_{s+} \underline{a} + \underline{v}_{s+} \quad (61)$$

ここで、

$$\underline{b}_{s+} = \left(\underline{b}'_s, [\underline{b}'_s] \right)^T \quad (62)$$

$$A_{s+} = \left(A_s^T, [A_s']^T \right)^T \quad (63)$$

$$\underline{v}_{s+} = \left(\underline{v}'_s, [\underline{v}'_s] \right)^T \quad (64)$$

である。

ここで、 $1 \times n$ の行列 E_n を、

$$E_n = (1 \cdots 1) \quad (65)$$

とすると、式(64)、(16)、(9)、(7)及び(20)より、次式を得る。

$$V_{s+} = E[\underline{v}_{s+}\underline{v}_{s+}^T] = \begin{pmatrix} V_s & c^2 \rho_0^2 \cdot E_n^T E_n \\ c^2 \rho_0^2 \cdot E_n^T E_n & V'_s \end{pmatrix} \quad (66)$$

ここで、次式を定義する。

$$V'_s = E[\underline{v}'_s (\underline{v}'_s)^T] \quad (67)$$

次の性質及び性質 4 は、観測値、すなわち受信局が増加すれば、位置推定精度がよくなることはあっても

劣化はないを示す。

(性質 16)

$$A_s^T V_s^{-1} A_s > 0 \quad (68)$$

とすれば、次式を得る。

$$[A_{s+}^T V_{s+}^{-1} A_{s+}]^{-1} \leq [A_s^T V_s^{-1} A_s]^{-1} \quad (69)$$

6.3. 推定誤差上界・下界の簡易な算出式

次の性質は、式(25)の測位誤差共分散行列の上界及び下界を示す。また、配置行列 A_s の最小特異値 ($A_s^T A_s$ の最小固有値の平方根と等価[12]) が大きければ、 \hat{a}_s は発散しない (式(23)参照) ことを示す。

(性質 17) A_s の最小特異値を λ_{\min} , 最大特異値を λ_{\max} , $\rho_i (i=0, \dots, n)$ のうち最小値を ρ_{\min} , 最大値を ρ_{\max} とする。すると、前提条件 1 が成立すれば、次式が成立する。

$$\frac{c^2 \rho_{\min}^2}{\lambda_{\max}^2} I_3 \leq [A_s^T V_s^{-1} A_s]^{-1} \leq \frac{(n+1)c^2 \rho_{\max}^2}{\lambda_{\min}^2} I_3 \quad (70)$$

6.4. 数値例

ここでは、TSOA の使用により位置推定精度が改善する例を次に示す。

(例) 簡単のため、二次元の $x-y$ 平面で考える。また、時刻検出誤差 (距離相当) の分散は a^2 , 測位計算のための初期値は真値とする。

ここで、目標の位置 L 及び送信局, 受信局 $B_i (i=0, 1, 2, 3)$

の位置を次式とする。なお、図 2 に、目標と、送信局, 受信局の配置を示す。受信局 1 を基準局とする。

$$B_0 = B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (71)$$

この場合、TSOA の測位誤差の分散は $0.7a^2$, TDOA の測位誤差の分散は $9.2a^2$ である。

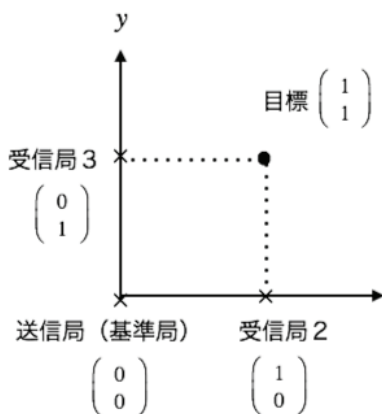


図2 二次元平面での評価用シナリオ

7. むすび

本稿では、Taylor 級数推定法において、TSOA と併用方式は、同一の推定結果となることを解析的に示した。また、TSOA は TDOA 以上の推定精度となることを解析的に示した。さらに、TSOA において、受信局が増加した場合、推定精度に劣化はないことを明らかにした。なお、時刻検出誤差の分散は各局で異なってもよいとした。さらに、推定が可能かの判定を含めた推定精度の指標として、配置行列の最小特異値を提案した。また、配置行列の特異値と観測誤差の分散を使用した、推定誤差の上界及び下界の算出式を示した。

文 献

- [1] 佐田達典, GPS 測量技術, オーム社, 東京, 2003.
- [2] 西谷芳雄, 電波計器, 成山堂書店, 東京, 2002.
- [3] 安田明生, “GPS の現状と展望”, 信学誌, vol.82 no.12, pp.1207-1215, Dec. 1999.
- [4] Y.Bar-Shalom, X.R.Li and T.Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [5] M.S.Grewal, L.R.Weill and A.P.Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.
- [6] 坂井 丈泰, GPS 技術入門, 東京電機大学出版局, 東京, 2003.
- [7] J.Yan, C.C.J.M.Tiberious, G.J.M.Janssen, and P.J.G.Teunissen, G.Bellusci, “Review of Range-Based Positioning Algorithms,” IEEE Trans. Aerosp.& Electron.Syst. Magazine, vol.28, no.6, pp.2-27, Aug. 2013.
- [8] W. H. Foy, “Position-location Solutions by Taylor-series Estimation,” IEEE Trans. Aerosp.& Electron.Syst., vol.12, no.2, pp.187-194, March 1976.
- [9] X. Zheng, Z. Hua, Z. Zheng, H.Peng, and L.Meng, “Wireless localization based on the time sum of arrival and Taylor expansion,” Networks (ICON), 2013 19th IEEE International Conference on, Dec. 2013.
- [10] 小菅義夫, 古賀 禎, 宮崎 裕己, “TOA と TDOA 測位の同一性,” 信学論(B), vol. J98-B, no.2, pp.223-233, Feb. 2015.
- [11] A.Gelb,ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.
- [12] 中川 徹, 小柳義夫, 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版界, 東京, 1982.
- [13] 小菅義夫, “特異値による T O A 測位精度の解析,” 信学論(B), vol. J97-B, no3, pp.-333-340, March. 2014.