B-2-24
2016年電子情報通信学会通信ソサイエティ大会

テイラー級数推定法を用いたTSOAとTDOA測位の関連

Relationship between TSOA and TDOA Location System by Taylor-Series Estimation

小菅 義夫†, ††，古賀 禎†，宮崎 裕己†，秋田 学††，稲葉 敬之††
Yoshio KOSUGE†, ††, Tadashi KOGA†, Hiromi MIYAZAKI†, Manabu Akita††, and Takayuki Inaba††

†電子航法研究所，††電気通信大
†Electronic Navigation Research Institute , ††University of Electro-Communications

1．はじめに

本稿は，送信局よりパルスを送信して得た目標からの反射電波を，異なる位置にある複数の受信局で受信して，目標の位置を推定する方法について述べる．

2．距離観測モデル

目標とは異なる位置にある送信局（$i=0$）及び$i(i=1,\cdots,n)$番目の受信局の位置（位置は既知）を，三次元直交座標により次式で表す．

$$\underline{B}_i=(x_i,y_i,z_i)^T \tag{1}$$

目標位置の真値を次式で表す．

$$\underline{L}=(x_l,y_l,z_l)^T \tag{2}$$

目標とi番目の局の距離の真値R_iは次式となる．

$$R_i=f_i(x_l,y_l,z_l) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f_i(x,y,z)=\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2} \tag{4}$$

送信時刻の真値をt_0，受信時刻の真値を$t_i(i=1,\cdots,n)$，時刻検出誤差をε_iとして，次式を仮定する．ここで，$E[\ ]$は平均を表す記号とする．

$$E[\varepsilon_i]=0 \tag{5}$$

$$E[\varepsilon_i\varepsilon_j]=\rho_i^2(i=j),0(i\neq j) \tag{6}$$

3． TSOA測位

3.1 距離和観測モデル

目標位置推定のための初期値をx_l^0,y_l^0,z_l^0，光の速さ（電波の伝搬速度）をcとし，

$$v_i=c\varepsilon_i \tag{7}$$

$$r_{i0o}=c\{(t_i+\varepsilon_i)-(t_0+\varepsilon_0)\}=R_i+R_0+v_i-v_0 \tag{8}$$

$$\Delta r_{i0o}=r_{i0o}-\{f_i(x_l^0,y_l^0,z_l^0)+f_0(x_l^0,y_l^0,z_l^0)\} \tag{9}$$

$$\underline{a}=(x-x_l^0,y-y_l^0,z-z_l^0)^T \tag{10}$$

$$\alpha_i=-\frac{x_i-x_l^0}{f_i(x_l^0,y_l^0,z_l^0)},\beta_i=-\frac{y_i-y_l^0}{f_i(x_l^0,y_l^0,z_l^0)},\gamma_i=-\frac{z_i-z_l^0}{f_i(x_l^0,y_l^0,z_l^0)} \tag{11}$$

$$\underline{\omega}(i)=\begin{pmatrix}\alpha_i & \beta_i & \gamma_i\end{pmatrix} \tag{12}$$

$$\underline{b}_s=(\Delta r_{10o},\cdots,\Delta r_{n0o})^T \tag{13}$$

$$A_s=\begin{pmatrix}[\underline{\omega}(1)+\underline{\omega}(0)]^T & \cdots & [\underline{\omega}(n)+\underline{\omega}(0)]^T\end{pmatrix}^T \tag{14}$$

$$\underline{v}_s=(v_1-v_0,\cdots,v_n-v_0)^T \tag{15}$$

とすると，次の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b}_s=A_s\underline{a}+\underline{v}_s \tag{16}$$

なお，次式を得る．

$$E[\underline{v}_s]=\underline{0} \tag{17}$$

$$V_s=E[\underline{v}_s\underline{v}_s^T]$$

$$=c^2\begin{pmatrix}\rho_1^2+\rho_0^2 & \rho_0^2 & \cdots & \rho_0^2\\ \rho_0^2 & \rho_2^2+\rho_0^2 & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & \rho_0^2\\ \rho_0^2 & \cdots & \rho_0^2 & \rho_n^2+\rho_0^2\end{pmatrix} \tag{18}$$

（性質１） $\rho_i^2>0\quad(i=0,\cdots,n)$とすれば，$V_s>0$

3.2 重み付き最小自乗解

（性質２）次式を最小とする$\hat{\underline{a}}_s$を推定する．

$$J_s=(\underline{b}_s-A_s\hat{\underline{a}}_s)^TV_s^{-1}(\underline{b}_s-A_s\hat{\underline{a}}_s) \tag{19}$$

解は，$A_s^TV_s^{-1}A_s$が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}}_s=(A_s^TV_s^{-1}A_s)^{-1}A_s^TV_s^{-1}\underline{b}_s \tag{20}$$

（性質３）式(20)は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}_s]=\underline{a} \tag{21}$$

$$E[(\hat{\underline{a}}_s-\underline{a})(\hat{\underline{a}}_s-\underline{a})^T]=(A_s^TV_s^{-1}A_s)^{-1} \tag{22}$$

（前提条件１） $\underline{\omega}(i)+\underline{\omega}(0)\quad(i=1,\cdots,n)$のうち．いずれか３個が１次独立とする．

（性質４）前提条件１が成立するときのみ， $A_s^TV_s^{-1}A_s>0$

４．TDOA測位

4.1 距離差観測モデル

$$\Delta r_{di1o}=R_i-R_1+v_i-v_1-\{f_i(x_l^0,y_l^0,z_l^0)-f_1(x_l^0,y_l^0,z_l^0)\} \tag{23}$$

$$\underline{b}_d=(\Delta r_{d21o},\cdots,\Delta r_{dn1o})^T \tag{24}$$

$$A_d=\begin{pmatrix}[\underline{\omega}(2)-\underline{\omega}(1)]^T & \cdots & [\underline{\omega}(n)-\underline{\omega}(1)]^T\end{pmatrix}^T \tag{25}$$

$$\underline{v}_d=(v_2-v_1,\cdots,v_n-v_1)^T \tag{26}$$

とすると，次の線形観測モデルを得る．

$$\underline{b}_d=A_d\underline{a}+\underline{v}_d \tag{27}$$

なお，次式を得る．

$$E[\underline{v}_d]=\underline{0} \tag{28}$$

$$V_d=E[\underline{v}_d\underline{v}_d^T]$$

$$=c^2\begin{pmatrix}\rho_2^2+\rho_1^2 & \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2\\ \rho_1^2 & \rho_3^2+\rho_1^2 & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & \rho_1^2\\ \rho_1^2 & \cdots & \rho_1^2 & \rho_n^2+\rho_1^2\end{pmatrix} \tag{29}$$

（性質５） $\rho_i^2>0\quad(i=1,\cdots,n)$とすれば，$V_d>0$

4.2 重み付き最小自乗解

（性質６）次式を最小とする$\hat{\underline{a}}_d$を推定する．

$$J_d=(\underline{b}_d-A_d\hat{\underline{a}}_d)^TV_d^{-1}(\underline{b}_d-A_d\hat{\underline{a}}_d) \tag{30}$$

解は，$A_d^TV_d^{-1}A_d$が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}}_d=(A_d^TV_d^{-1}A_d)^{-1}A_d^TV_d^{-1}\underline{b}_d \tag{31}$$

（性質７）式(31)は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}_d]=\underline{a} \tag{32}$$

$$E[(\hat{\underline{a}}_d-\underline{a})(\hat{\underline{a}}_d-\underline{a})^T]=(A_d^TV_d^{-1}A_d)^{-1} \tag{33}$$

５．性能比較

つぎの性質は，式(22)および(33)より，TSOA と TDOA の推定誤差共分散行列の比較結果を示す．

（性質８） $A_d^TV_d^{-1}A_d>0 \quad (34)$

とすれば，次式を得る．

$$[A_s^TV_s^{-1}A_s]^{-1}\leq[A_d^TV_d^{-1}A_d]^{-1} \tag{35}$$

６．まとめ

TSOA はTDOA以上の推定精度となることを示した．