論　文

ドップラーとバイアス誤差を有する距離とを観測値とする三次元の位置及び速度推定

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　秋田　学[††]
稲葉　敬之[††]

Estimation of 3-dimensional Location and Velocity Using Range with Bias Error and Doppler Measurements

Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Manabu AKITA[††], and Takayuki INABA[††]

あらまし　TOA（Time of Arrival）測位は，送受信機間の距離を同時に複数観測し，目標の位置を推定する．この測位では，送受信機間の時計バイアス誤差は一定とし，距離バイアス誤差は送受信機間で共通の値として測位するのが一般的である．本論文は，テイラー級数推定法を用いて，ドップラー（距離の時間微分値）及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標の位置及び速度を推定する二つの方法について考察する．一つ目は，距離観測値は使用せずに，ドップラーのみを観測値として目標位置，速度を推定する方法である．二つ目は，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に距離バイアス誤差を推定する方法である．更に，両推定法に対し，配置行列（送受信機の配置より決まる長方行列）を使用した推定可能となるための条件を明らかにする．また，両者の位置，速度推定結果は同一であることを示す．最後に，配置行列から算出した固有値とドップラー観測雑音共分散行列の固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式を示す．

キーワード　TOA，GPS，測位，誤差解析，距離，距離バイアス誤差，ドップラー

1. まえがき

TOA（Time of Arrival）は，電波到達時間に光速を乗算した値である送受信間の距離を複数観測し，移動体の位置を推定する [1]～[8]．ところで，距離は，未知数である三次元の位置の非線形関数である．このため，TOA では，非線形関数からなる連立方程式を解く必要がある．この方法として，Taylor 級数推定法が知られている [9]．本方法は，解の初期値を仮に与え観測値を Taylor 展開により線形近似して得たモデルに，重み付き最小自乗法を使用し解を推定する．なお，得られた解を初期値に再設定し同一の処理を繰り返すことで，線形近似誤差の縮小を図っている [4]～[9]．

この方法では，送信機間あるいは受信機間の時刻同期は取れているが，送受信機間の時刻同期は必ずしも取れていないとするのが一般的である [1]～[8]．この場合，送受信機間の時刻同期誤差による距離バイアス誤差を未知数として一つ付加し，位置を推定する．なお，送受信機間で時刻同期が取れていても，マルチパスの影響で，距離バイアスが生じる場合がある．

ここで，マルチパスの影響軽減については，各種の報告がある．例えば，バイアス誤差が小さい受信局が既知であれば，マルチパスの影響を軽減するアルゴリズが使用可能である [10]．また，観測誤差の統計的性質を使用したマルチパスの影響軽減アルゴリズムが報告されている [11], [12]．しかし，時刻同期誤差は，直接波のみの場合にも発生する．

このため，本論文では，バイアス誤差が小さい受信局が未知でも，あるいは受信信号の特性が不明でも，

† 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaiji-higashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
†† 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, The University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan
DOI: 10.14923/transcomj.2016JBP3069

距離バイアス誤差が送受信機ごとに異なる場合に対処可能な方法を提案する．

ここで，距離及びドップラー（距離の時間微分値）を観測する場合の Taylor 級数推定法による三次元の目標位置，速度推定の有効性が報告されている [13].

すなわち，距離のみを観測する TOA で測位が可能な送受信機の配置ならば，距離とドップラーを複数同時に観測し三次元の位置及び速度が推定可能なことが報告されている．また，ドップラーを使用すれば，ドップラーの観測精度や送受信機の配置によらず，距離のみから算出される位置推定精度以上が実現できることが示されている．ただし，距離バイアス誤差は，全ての送受信機間で一定としている．

ところで，航空機からの送信パルスを広域に散在する地上の複数の受信局で受信して測位するシステムでは，GPS を使用した受信局間の時刻同期が有効である [14]．しかし，受信局近くに構造物（鉄塔等）が存在すると，GPS と受信局間のマルチパスの影響で時刻オフセット誤差が発生する．この場合，受信局ごとに瞬時的な距離バイアス誤差が発生する．一方，ドップラー効果を使用し，受信周波数より，ドップラーが計測可能である．このドップラーを併用した測位性能の改善結果が報告されている [15]．このドップラーは，周波数から観測されるため，受信機の時計誤差あるいは地上の静止物の影響は受けない．

このように送受信機ごとに距離バイアス誤差が異なる場合，距離観測値は使用せずに，ドップラーのみを観測値として目標位置，速度を推定する方法が考えられる．この方法では，未知数は三次元の位置，速度の 6 個である．この場合，位置及び速度の推定には，ドップラーのみを使用するため，最低 6 個の観測値が必要である．

また，距離及びドップラーを観測値として，目標位置，速度の他に，送受信機ごとに距離バイアス誤差を推定する方法が考えられる．この方法で，観測値が n 対の距離及びドップラーの場合，未知数は三次元の位置と速度の 6 個及び距離バイアス誤差の n 個，計 $n+6$ 個である．また，観測値数は，距離及びドップラーの 2n 個である．したがって，この場合も，位置及び速度の推定には，最低 6 対の距離及びドップラーの観測値が必要である．

しかし，6 個のドップラーあるいは 6 対の距離とドップラーがあれば，目標位置，速度が常に推定可能かは不明である．

本論文では，両推定法に対し，配置行列（送受信機の配置より決まる長方行列）を使用した目標位置，速度が推定可能となるための条件を明らかにする．なお，本論文では，Taylor 級数推定法を使用する．また，両推定法の精度を解析的に比較する．更に，配置行列から算出した固有値とドップラー観測雑音共分散行列の固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式を示す．

2. 観測モデル

ここでは，n 対の距離及びドップラー観測値の線形モデルについて述べる．なお，記述を容易にするため，目標が送信機を有しているとする．

2.1 距離の観測モデル

まず，目標とは異なる位置にある i $(i=1,\cdots,n)$ 番目の受信局の位置ベクトル $\underline{B}_i$（既知）を，D^T は行列 D の転置行列を表すとして，次式で表す．なお，座標系は，三次元直交座標を使用する

$$\underline{B}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \tag{1}$$

つぎに，目標の位置を次式で表す．

$$\underline{L} = (x, y, z)^T \tag{2}$$

すると，i 番目の送受信機間の距離の真値 R_i は次式となる．

$$R_i = f_i(x, y, z) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \tag{4}$$

すると，i 番目の送受信機間の距離の観測値 R_{io} は次式となる．

$$R_{io} = R_i + b_i + v_i \tag{5}$$

ここで，b_i は距離のバイアス誤差，v_i はランダムな距離の観測誤差である．なお，マルチパスの影響による距離のバイアス誤差も b_i に含める．

すると，次の式 (7) に全微分の公式を使用し，次の性質を得る [1], [3]～[7].

（性質 1）目標の位置推定のための初期値を x_0，y_0，z_0 とすると，次式を得る．

$$\Delta R_{io} \approx \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \underline{a}_l + b_i + v_i \tag{6}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Delta R_{io} = R_{io} - f_i(x_0, y_0, z_0) \tag{7}$$

$$\underline{a}_l = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)^T \tag{8}$$

$$\alpha_i = \frac{\partial f_i}{\partial x}(x_0, y_0, z_0),\ \beta_i = \frac{\partial f_i}{\partial y}(x_0, y_0, z_0),$$

$$\gamma_i = \frac{\partial f_i}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \tag{9}$$

性質 1 を使用して，I_n を $n \times n$ の単位行列とすれば，次式の距離の線形観測モデルを得る．

$$\underline{z}_l = \begin{pmatrix} A_l & I_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}_l \\ \underline{a}_b \end{pmatrix} + \underline{v}_l \tag{10}$$

ここで，式 (9) を使用し，

$$\underline{\omega}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \tag{11}$$

とし，次式を定義する．

$$A_l = \begin{pmatrix} \underline{\omega}(1)^T & \cdots & \underline{\omega}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{12}$$

$$\underline{z}_l = (\Delta R_{1o}, \Delta R_{2o}, \cdots, \Delta R_{no})^T \tag{13}$$

$$\underline{a}_b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)^T \tag{14}$$

$$\underline{v}_l = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^T \tag{15}$$

なお，A_l は $n \times 3$ の行列である．

2.2 ドップラーの観測モデル

i 番目の受信機の速度ベクトル $\underline{\dot{B}}_i$（既知）を，式 (1) を時間微分し，次式で表す．

$$\underline{\dot{B}}_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T \tag{16}$$

つぎに，目標の速度ベクトルを，式 (2) を時間微分し，次式で表す．

$$\underline{\dot{L}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \tag{17}$$

すると，次の性質を得る [13]．
（性質 2）i 番目の送受信機間のドップラーの真値を $\dot{R}_i$ とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_i = g_i(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \tag{18}$$

ここで，次式を定義する．

$$g_i(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = \frac{(x_i - x)(\dot{x}_i - \dot{x}) + (y_i - y)(\dot{y}_i - \dot{y}) + (z_i - z)(\dot{z}_i - \dot{z})}{f_i(x, y, z)} \tag{19}$$

すると，i 番目の送受信機間のドップラーの観測値 $\dot{R}_{io}$ は次式となる．

$$\dot{R}_{io} = \dot{R}_i + \dot{v}_i \tag{20}$$

なお，$\dot{v}_i$ はドップラーのランダムな観測誤差である．

次の性質は，ドップラーを，目標の位置と速度とで線形近似した結果を示す [13]．
（性質 3）速度推定のための初期値を $\dot{x}_0$，$\dot{y}_0$，$\dot{z}_0$ とすると，次式を得る．

$$\Delta \dot{R}_{io} \approx \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix} \underline{a}_l + \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \end{pmatrix} \underline{a}_d + \dot{v}_i \tag{21}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Delta \dot{R}_{io} = \dot{R}_{io} - g_i(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) \tag{22}$$

$$\alpha_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0),$$

$$\beta_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial y}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0), \tag{23}$$

$$\gamma_{il} = \frac{\partial g_i}{\partial z}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$$

$$\underline{a}_d = (\dot{x} - \dot{x}_0, \dot{y} - \dot{y}_0, \dot{z} - \dot{z}_0)^T \tag{24}$$

性質 3 及び式 (11)，(12) を使用して，次式のドップラーの線形観測モデルを得る．

$$\underline{z}_d = B\underline{b} + \underline{v}_d \tag{25}$$

ここで，式 (23) を使用し，

$$\underline{\kappa}(i) = \begin{pmatrix} \alpha_{il} & \beta_{il} & \gamma_{il} \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$A_{ld} = \begin{pmatrix} \underline{\kappa}(1)^T & \cdots & \underline{\kappa}(n)^T \end{pmatrix}^T \tag{27}$$

とし，次式を定義する．

$$B = \begin{pmatrix} A_{ld} & A_l \end{pmatrix} \tag{28}$$

$$\underline{z}_d = (\Delta \dot{R}_{1o}, \Delta \dot{R}_{2o}, \cdots, \Delta \dot{R}_{no})^T \tag{29}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{30}$$

$$\underline{v}_d = (\dot{v}_1, \dot{v}_2, \cdots, \dot{v}_n)^T \tag{31}$$

なお，A_{ld} は $n \times 3$，B は $n \times 6$ の行列である．

2.3 距離及びドップラーの観測モデル

性質 1 及び 3 より，次式の距離及びドップラーの線形観測モデルを得る．

$$\underline{z} = A\underline{a} + \underline{v} \tag{32}$$

ここで，$O_{m,n}$ を $m \times n$ の零行列とし，次式を定義する．

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{z}_l^T & \underline{z}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{33}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_l & O_{n,3} & I_n \\ A_{ld} & A_l & O_{n,n} \end{pmatrix} \tag{34}$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} \underline{a}_l^T & \underline{a}_d^T & \underline{a}_b^T \end{pmatrix}^T \tag{35}$$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_l^T & \underline{v}_d^T \end{pmatrix}^T \tag{36}$$

なお，A は $2n \times (n+6)$ の行列である．

2.4 観測雑音共分散行列

ここでは，本論文で使用する TOA での観測雑音において，次式を仮定する．なお，$E[\ ]$ は平均，$D > 0$ は行列 D が正値対称行列，$D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列，$\underline{0}$ は零ベクトルを表す．

$$E[\underline{v}] = \underline{0} \tag{37}$$

$$V = E\Big[\underline{v}\,\underline{v}^T\Big] = \begin{pmatrix} V_l & V_{ld} \\ V_{ld}^T & V_d \end{pmatrix} > 0 \tag{38}$$

ここで，次式を定義する．

$$V_l = E\Big[\underline{v}_l\,\underline{v}_l^T\Big] \tag{39}$$

$$V_d = E\Big[\underline{v}_d\,\underline{v}_d^T\Big] \tag{40}$$

$$V_{ld} = E\Big[\underline{v}_l\,\underline{v}_d^T\Big] \tag{41}$$

3. 推 定 方 法

3.1 ドップラー単独法

次の性質は，n 個のドップラー観測値から，重み付き線形最小自乗法により，目標の位置及び速度が算出できることを示す．なお，この推定法をドップラー単独法と呼ぶ．

（性質 4）式 (25) において，重み付き最小自乗法 [16], [17] により，次式を最小とする $\hat{\underline{b}}$ を推定する．

$$J = (\underline{z}_d - B\hat{\underline{b}})^T V_d^{-1} (\underline{z}_d - B\hat{\underline{b}}) \tag{42}$$

解は，$B^T V_d^{-1} B$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{b}} = \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d \tag{43}$$

次の性質は，算出した目標位置が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [16], [17]．なお，重み付き最小自乗法による推定は，推定誤差の分散を最小にするとの意味での最適推定（minimum variance estimate）である [18]．

（性質 5）式 (43) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{b}}] = \underline{b} \tag{44}$$

$$E\Big[(\hat{\underline{b}} - \underline{b})(\hat{\underline{b}} - \underline{b})^T\Big] = \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} \tag{45}$$

3.2 バイアス検出法

次の性質は，n 対の距離及びドップラー観測値から，重み付き線形最小自乗法により，目標の位置，速度及び各受信局の距離バイアス誤差が算出できることを示す．なお，この推定法をバイアス検出法と呼ぶ．

（性質 6）式 (32) において，重み付き最小自乗法 [16], [17] により，次式を最小とする $\hat{\underline{a}}$ を推定する．

$$J = (\underline{z} - A\hat{\underline{a}})^T V^{-1} (\underline{z} - A\hat{\underline{a}}) \tag{46}$$

解は，$A^T V^{-1} A$ が正則ならば，次式である．

$$\hat{\underline{a}} = \Big(A^T V^{-1} A\Big)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} \tag{47}$$

次の性質は，算出した目標の位置，速度及び距離バイアス誤差が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す [16], [17]．

（性質 7）式 (47) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}] = \underline{a} \tag{48}$$

$$E\Big[(\hat{\underline{a}} - \underline{a})(\hat{\underline{a}} - \underline{a})^T\Big] = \Big(A^T V^{-1} A\Big)^{-1} \tag{49}$$

4. 推定方法の解析

ここでは，ドップラー単独法及びバイアス検出法における解の存在条件，並びに両者の比較について述べる．なお，式 (28) をドップラー単独法の配置行列，式 (34) をバイアス検出法の配置行列と呼ぶ．

4.1 前 提 条 件

ここでは，まず，解の性質の解析に使用する前提条件について述べる．

（前提条件 1）行列 B の階数は 6 である．

（前提条件 2）次式が成立する．

$$B^T B > 0 \tag{50}$$

（前提条件 3）次のいずれかが成立する．

$$A_l^T A_l > 0 \ and \ A_{ld}^T A_{ld} > A_{ld}^T A_l \Big(A_l^T A_l\Big)^{-1} A_l^T A_{ld} \tag{51}$$

$$A_{ld}^TA_{ld} > 0\ and\ A_l^TA_l > A_l^TA_{ld}\left(A_{ld}^TA_{ld}\right)^{-1}A_{ld}^TA_l \tag{52}$$

（前提条件 4）行列 A の階数は $\mathrm{n}+6$ である．
（前提条件 5）次式が成立する．

$$A^TA > 0 \tag{53}$$

次の四つの性質は，前提条件 1〜5 が等価なことを示す．
（性質 8）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件 1 が成立するための必要十分条件は，前提条件 2 が成立することである．
（証明）前提条件 1 が成立するとする．なお，$B^TB \geq 0$ は，自明である．このため，六次元ベクトル $\underline{x}$ に対し，$(\underline{a}, \underline{b})$ はベクトル $\underline{a}$，$\underline{b}$ の内積を表すとして，

$$(B^TB\underline{x}, \underline{x}) = 0 \tag{54}$$

とする．すると，次式を得る．

$$(B\underline{x}, B\underline{x}) = 0 \tag{55}$$

この結果，次式を得る．

$$B\underline{x} = \underline{0} \tag{56}$$

行列 B の階数は 6 より，行列 B の 6 個の列ベクトルが 1 次独立であるので，次式を得る．

$$\underline{x} = \underline{0} \tag{57}$$

したがって，式 (50) を得る（前提条件 2 が成立する）．
逆に，前提条件 2 が成立するとする．このとき，式 (56) が成立するとする．すると，式 (55) を得る．この結果，式 (54) を得る．更に，式 (50) より，式 (57) を得る．
したがって，行列の 6 個の列ベクトルが 1 次独立である（前提条件 1 が成立する）.（証明終）
（性質 9）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件 2 が成立するための必要十分条件は，前提条件 3 が成立することである．
（証明）式 (50) が成立することと，半正値対称行列 B^TB が正則であることは等価である．ここで，式 (28) より，次式を得る．

$$B^TB = \begin{pmatrix} A_{ld}^TA_{ld} & A_{ld}^TA_l \\ A_l^TA_{ld} & A_l^TA_l \end{pmatrix} \tag{58}$$

式 (58) に，付録の定理 1 を使用し，結論を得る.（証明終）
（性質 10）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件 4 が成立するための必要十分条件は，前提条件 5 が成立することである．
（証明）性質 8 と同様にして証明できる.（証明終）
（性質 11）$n \geq 6$ とする．このとき，前提条件 1 が成立するための必要十分条件は，前提条件 4 が成立することである．
（証明）前提条件 1 が成立するとする．このとき，式 (28) において，6 個の一次独立な行ベクトルが存在する．この結果，式 (34) の $2n \times (n+6)$ の行列 A には，$\mathrm{n}+6$ 個の一次独立な行ベクトルが存在する．すなわち，前提条件 4 が成立する．
逆に，前提条件 4 が成立するとする．このとき，行列 B の階数が 5 以下とする．この場合，式 (34) 及び (28) より，行列 A には，高々 $\mathrm{n}+5$ 個の一次独立な行ベクトルしか存在しない．この結果，行列の階数は $\mathrm{n}+5$ 以下となる．これは，矛盾である.（証明終）

4. 2　解の存在条件

つぎの性質は，式 (43) より，ドップラー単独法の解の存在条件を示す．
（性質 12）$n \geq 6$ で式 (38) が成立すれば，前提条件 1 と次式は，同値である．

$$0 < B^TV_d^{-1}B \tag{59}$$

（証明）まず，式 (38) より，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$V_d > 0 \tag{60}$$

ここで，式 (59) が成立するとする．このとき，次式が成立するとする．

$$B\underline{x} = \underline{0} \tag{61}$$

すると，次式を得る．

$$\left(V_d^{-1}B\underline{x}, B\underline{x}\right) = 0 \tag{62}$$

この結果，次式を得る．

$$\left(B^TV_d^{-1}B\underline{x}, \underline{x}\right) = 0 \tag{63}$$

式 (59) より，次式を得る．

$$\underline{x} = \underline{0} \tag{64}$$

したがって，式 (61) より，行列の 6 個の列ベクト

ルが 1 次独立である（前提条件 1 が成立する）．

逆に，前提条件 1 が成立するとする．なお，$B^T V_d^{-1} B \geq 0$ は自明である．このため，式 (63) が成立するとする．すると，式 (62) を得る．この結果，式 (60) を使用して，式 (61) を得る．更に，前提条件 1 より，式 (64) を得る．故に，式 (59) を得る．（証明終）

つぎの性質は，式 (47) より，バイアス検出法の解存在条件を示す．なお，証明は，性質 12 と同様である．

（性質 13）$n \geq 6$ で式 (38) が成立すれば，前提条件 4 と次式は，同値である．

$$0 < A^T V^{-1} A \tag{65}$$

なお，先に述べたように，前提条件 1〜5 は等価である．この結果，性質 12 及び 13 より，次の性質を得る．

（性質 14）$n \geq 6$ で式 (38) が成立すれば，前提条件 1〜5 のいずれかが成立することと，ドップラー単独法及びバイアス検出法で解があることとは同値である．

4.3 性能比較

ここでは，式 (47) で算出した $\hat{\underline{a}}$（距離バイアス誤差も推定）と，式 (43) で算出した $\hat{\underline{b}}$（距離バイアス誤差は推定しない）の位置，速度の推定結果を比較する．

まず，式 (30) 及び式 (35) より，次式を得る．

$$\underline{b} = N_a \underline{a} \tag{66}$$

なお，次式を定義する．

$$N_a = \begin{pmatrix} I_6 & O_{6,n} \end{pmatrix} \tag{67}$$

すると，次式の $\hat{\underline{a}}_{lv}$ が，バイアス検出法による位置及び速度の推定結果である．

$$\hat{\underline{a}}_{lv} = N_a \hat{\underline{a}} \tag{68}$$

次の性質は，バイアス検出法で算出した目標位置及び速度が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，性質 7 及び式 (66) より得られる．

（性質 15）式 (68) は，次の性質を有する．

$$E[\hat{\underline{a}}_{lv}] = N_a \underline{a} = \underline{b} \tag{69}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}}_{lv} - N_a \underline{a})(\hat{\underline{a}}_{lv} - N_a \underline{a})^T\right] = N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} N_a^T \tag{70}$$

次の性質は，式 (70) 及び (45) より，位置及び速度の推定精度は，バイアス検出法とドップラー単独法とで同一であること示す．更に，式 (68)，(47) 及び (43) より，位置及び速度の推定結果も，同一であること示す．なお，この結果は，バイアス検出法において，距離観測値は，位置及び速度の推定に寄与しないことを示す．

（性質 16）式 (38) が成立し，前提条件 1〜5 のいずれかが成立すれば，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} N_a^T = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} \tag{71}$$

$$N_a \left(A^T V^{-1} A\right)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d \tag{72}$$

（証明）式 (28) より，次式を得る．

$$B^T V_d^{-1} = \begin{pmatrix} A_{ld}^T V_d^{-1} \\ A_l^T V_d^{-1} \end{pmatrix} \tag{73}$$

$$B^T V_d^{-1} B = \begin{pmatrix} A_{ld}^T V_d^{-1} A_{ld} & A_{ld}^T V_d^{-1} A_l \\ A_l^T V_d^{-1} A_{ld} & A_l^T V_d^{-1} A_l \end{pmatrix} \tag{74}$$

式 (73) より，次式を得る．

$$\left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} B^T V_d^{-1} \underline{z}_d = \left(B^T V_d^{-1} B\right)^{-1} \begin{pmatrix} A_{ld}^T V_d^{-1} \underline{z}_d \\ A_l^T V_d^{-1} \underline{z}_d \end{pmatrix} \tag{75}$$

ここで，$n \times n$ の行列 G_{11}，G_{12}，G_{22} を使用して，式 (38) より，次式を定義する．

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12}^T & G_{22} \end{pmatrix} > 0 \tag{76}$$

式 (76) に，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$G_{22} - G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} = V_d^{-1} \tag{77}$$

式 (34) 及び (76) より，次式を得る

$$A^T V^{-1} = \begin{pmatrix} A_l^T G_{11} + A_{ld}^T G_{12}^T & A_l^T G_{12} + A_{ld}^T G_{22} \\ A_l^T G_{12}^T & A_l^T G_{22} \\ G_{11} & G_{12} \end{pmatrix} \tag{78}$$

$$A^T V^{-1} A = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & G_{11} \end{pmatrix} \tag{79}$$

ここで，

$$P = A_l^T G_{11} A_l + A_{ld}^T G_{12}^T A_l + A_l^T G_{12}^T A_{ld} \tag{80}$$

として，次式を定義する．

$$K_{11} = \begin{pmatrix} P + A_{ld}^T G_{22} A_{ld} & A_l^T G_{12} A_l + A_{ld}^T G_{22} A_l \\ A_l^T G_{12}^T A_l + A_l^T G_{22} A_{ld} & A_l^T G_{22} A_l \end{pmatrix} \quad (81)$$

$$K_{12} = \begin{pmatrix} A_l^T G_{11} + A_{ld}^T G_{12}^T \\ A_l^T G_{12}^T \end{pmatrix} \quad (82)$$

式 (79) に，付録の定理 1 及び式 (67) を使用して，次式を得る．

$$\left[N_a \left(A^T V^{-1} A \right)^{-1} N_a^T \right]^{-1} = K_{11} - K_{12} G_{11}^{-1} K_{12}^T \quad (83)$$

式 (82) より，式 (80) を使用して，次式を得る．

$$K_{12} G_{11}^{-1} K_{12}^T = \begin{pmatrix} P + A_{ld}^T G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} A_{ld} & A_l^T G_{12} A_l + A_{ld}^T G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} A_l \\ A_l^T G_{12}^T A_l + A_l^T G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} A_{ld} & A_l^T G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} A_l \end{pmatrix} \quad (84)$$

式 (81) 及び (84) より，式 (77) を使用して，次式を得る．

$$K_{11} - K_{12} G_{11}^{-1} K_{12}^T = \begin{pmatrix} A_{ld}^T V_d^{-1} A_{ld} & A_{ld}^T V_d^{-1} A_l \\ A_l^T V_d^{-1} A_{ld} & A_l^T V_d^{-1} A_l \end{pmatrix} \quad (85)$$

式 (83) に，式 (85) 及び (74) を使用して，式 (71) を得る．

つぎに，式 (67) 及び (79) に，式 (71) 及び付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A \right)^{-1} = \left(\left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} \quad - \left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} K_{12} G_{11}^{-1} \right) \quad (86)$$

式 (86) 及び (78) より，式 (82) を使用して，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A \right)^{-1} A^T V^{-1} = \left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} \begin{pmatrix} O_{3,n} & A_{ld}^T \left[G_{22} - G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} \right] \\ O_{3,n} & A_l^T \left[G_{22} - G_{12}^T G_{11}^{-1} G_{12} \right] \end{pmatrix} \quad (87)$$

式 (87) に，式 (77) を使用して，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A \right)^{-1} A^T V^{-1} = \left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} \begin{pmatrix} O_{3,n} & A_{ld}^T V_d^{-1} \\ O_{3,n} & A_l^T V_d^{-1} \end{pmatrix} \quad (88)$$

式 (88) 及び (33) より，次式を得る．

$$N_a \left(A^T V^{-1} A \right)^{-1} A^T V^{-1} \underline{z} = \left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} \begin{pmatrix} A_{ld}^T V_d^{-1} \underline{z}_d \\ A_l^T V_d^{-1} \underline{z}_d \end{pmatrix} \quad (89)$$

式 (89) 及び (75) より，式 (72) を得る．（証明終）

4. 4 位置及び速度の推定誤差の上界と下界

ここでは，式 (43) で算出した $\hat{\underline{b}}$（ドップラー単独法）の位置，速度の推定誤差について述べる．

まず，式 (30) より，次式を得る．

$$\underline{a}_l = N_l \underline{b} \quad (90)$$

$$\underline{a}_d = N_v \underline{b} \quad (91)$$

なお，次式を定義する．

$$N_l = \left(I_3 \quad O_{3,3} \right) \quad (92)$$

$$N_v = \left(O_{3,3} \quad I_3 \right) \quad (93)$$

すると，次式の $\hat{\underline{b}}_l$，$\hat{\underline{b}}_v$ がそれぞれドップラー単独法による位置及び速度の推定結果である．

$$\hat{\underline{b}}_l = N_l \hat{\underline{b}} \quad (94)$$

$$\hat{\underline{b}}_v = N_v \hat{\underline{b}} \quad (95)$$

次の性質は，ドップラー単独法の位置あるいは速度の推定誤差共分散行列の上界及び下界を示す．

（性質 17）式 (38) が成立し，前提条件 1〜5 のいずれかが成立するとする．また，$A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \left(A_l^T A_l \right)^{-1} A_l^T A_{ld}$ の最小固有値を $\lambda_{l,\min}$，最大固有値を $\lambda_{l,\max}$ とする．更に，$A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \left(A_{ld}^T A_{ld} \right)^{-1} A_{ld}^T A_l$ の最小固有値を $\lambda_{v,\min}$，最大固有値を $\lambda_{v,\max}$ とする．更にまた，式 (40) の最小固有値を $\sigma_{d,\min}^2$，最大固有値を $\sigma_{d,\max}^2$ とする．すると，次式を得る．

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{l,\max}} I_3 \le E\left[(\hat{\underline{b}}_l - E[\hat{\underline{b}}_l])(\hat{\underline{b}}_l - E[\hat{\underline{b}}_l])^T \right] \le \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{l,\min}} I_3 \quad (96)$$

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{v,\max}} I_3 \le E\Big[(\hat{\underline{b}}_v - E[\hat{\underline{b}}_v])(\hat{\underline{b}}_v - E[\hat{\underline{b}}_v])^T\Big] \le \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{v,\min}} I_3 \quad (97)$$

（証明）性質 5 に，式 (94) 及び (95) を使用して，それぞれ次式を得る．

$$E\Big[(\hat{\underline{b}}_l - E[\hat{\underline{b}}_l])(\hat{\underline{b}}_l - E[\hat{\underline{b}}_l])^T\Big] = N_l\Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_l^T \quad (98)$$

$$E\Big[(\hat{\underline{b}}_v - E[\hat{\underline{b}}_v])(\hat{\underline{b}}_v - E[\hat{\underline{b}}_v])^T\Big] = N_v\Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_v^T \quad (99)$$

式 (58) に，付録の定理 1 を使用して，次式を得る．

$$N_l\Big(B^T B\Big)^{-1} N_l^T = \Big[A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \Big(A_l^T A_l\Big)^{-1} A_l^T A_{ld}\Big]^{-1} \quad (100)$$

$$N_v\Big(B^T B\Big)^{-1} N_v^T = \Big[A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \Big(A_{ld}^T A_{ld}\Big)^{-1} A_{ld}^T A_l\Big]^{-1} \quad (101)$$

ここで，前提条件 3 を使用して，次式を得る．

$$0 < \lambda_{l,\min} I_3 \le A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \Big(A_l^T A_l\Big)^{-1} A_l^T A_{ld} \le \lambda_{l,\max} I_3 \quad (102)$$

$$0 < \lambda_{v,\min} I_3 \le A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \Big(A_{ld}^T A_{ld}\Big)^{-1} A_{ld}^T A_l \le \lambda_{v,\max} I_3 \quad (103)$$

式 (102) 及び (103) より，それぞれ次式を得る．

$$0 < \frac{1}{\lambda_{l,\max}} I_3 \le \Big[A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \Big(A_l^T A_l\Big)^{-1} A_l^T A_{ld}\Big]^{-1} \le \frac{1}{\lambda_{l,\min}} I_3 \quad (104)$$

$$0 < \frac{1}{\lambda_{v,\max}} I_3 \le \Big[A_l^T A_l - A_l^T A_{ld} \Big(A_{ld}^T A_{ld}\Big)^{-1} A_{ld}^T A_l\Big]^{-1} \le \frac{1}{\lambda_{v,\min}} I_3 \quad (105)$$

式 (38) 及び仮定より，次式を得る．

$$0 < \sigma_{d,\min}^2 I_n \le V_d \le \sigma_{d,\max}^2 I_n \quad (106)$$

式 (106) より，次式を得る．

$$0 < \frac{1}{\sigma_{d,\max}^2} I_n \le V_d^{-1} \le \frac{1}{\sigma_{d,\min}^2} I_n \quad (107)$$

式 (107) より，次式を得る．

$$\frac{1}{\sigma_{d,\max}^2}(B\underline{x}, B\underline{x}) \le (V_d^{-1} B\underline{x}, B\underline{x}) \le \frac{1}{\sigma_{d,\min}^2}\Big(B^T B\underline{x}, \underline{x}\Big) \quad (108)$$

式 (108) より，次式を得る．

$$\frac{1}{\sigma_{d,\max}^2}\Big(B^T B\underline{x}, \underline{x}\Big) \le \Big(B^T V_d^{-1} B\underline{x}, \underline{x}\Big) \le \frac{1}{\sigma_{d,\min}^2}\Big(B^T B\underline{x}, \underline{x}\Big) \quad (109)$$

式 (109) より，次式を得る

$$\frac{1}{\sigma_{d,\max}^2} B^T B \le B^T V_d^{-1} B \le \frac{1}{\sigma_{d,\min}^2} B^T B \quad (110)$$

式 (110) より，次式を得る

$$\sigma_{d,\min}^2 \Big(B^T B\Big)^{-1} \le \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} \le \sigma_{d,\max}^2 \Big(B^T B\Big)^{-1} \quad (111)$$

式 (111) より，次式を得る

$$\sigma_{d,\min}^2 N_l \Big(B^T B\Big)^{-1} N_l^T \le N_l \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_l^T \le \sigma_{d,\max}^2 N_l \Big(B^T B\Big)^{-1} N_l^T \quad (112)$$

式 (112) に，式 (100) 及び (104) を使用して，次式を得る．

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{l,\max}} I_3 \le N_l \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_l^T \le \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{l,\min}} I_3 \quad (113)$$

式 (113) 及び (98) より，式 (96) を得る．

式 (111) より，次式を得る

$$\sigma_{d,\min}^2 N_v \Big(B^T B\Big)^{-1} N_v^T \le N_v \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_v^T \le \sigma_{d,\max}^2 N_v \Big(B^T B\Big)^{-1} N_v^T \quad (114)$$

式 (114) に，式 (101) 及び (105) を使用して，次式を得る．

$$\frac{\sigma_{d,\min}^2}{\lambda_{v,\max}} I_3 \le N_v \Big(B^T V_d^{-1} B\Big)^{-1} N_v^T \le \frac{\sigma_{d,\max}^2}{\lambda_{v,\min}} I_3 \quad (115)$$

式 (115) 及び (99) より，式 (97) を得る．

5. 考　　察

5.1 前提条件

ドップラー単独法及びバイアス検出法において解が存在する必要十分条件の一つは，前提条件 1 が成立することである．この結果，解が存在するためには，ドップラー単独法では最低 6 個のドップラー観測値，バイアス検出法では最低 6 対の距離とドップラー観測値が必要であることが分かる．

5.2 位置及び速度の推定誤差の上界と下界

位置及び速度の推定誤差共分散行列の算出式は，それぞれ式 (98) 及び (99) である．これらを使用すれば，推定精度がモンテカルロシミュレーションを使用せずに見積り可能である．更に，本論文では，推定誤差の見積りを容易にするため，性質 17 を提案した．性質 17 は，送受信機の配置に起因する式 (100) 及び (101) の評価値である固有値と，センサ性能から，推定誤差を実数値で評価する方式を示す．

なお，異なる送受信機間の観測雑音は無相関とし，i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 番目の送受信機間のドップラー観測雑音の分散を σ_{id}^2 とすれば，式 (40) は次式となる．

$$V_d = diag\{\sigma_{1d}^2, \sigma_{2d}^2, \cdots, \sigma_{nd}^2\} \tag{116}$$

ここで，$diag\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ は対角成分を $a_1, a_2, \cdots, a_n$ とする対角行列とする．

この場合，性質 17 において，式 (40) の最小固有値 $\sigma_{d,\min}^2$，最大固有値 $\sigma_{d,\max}^2$ はそれぞれ σ_{id}^2 $(i = 1, 2, \cdots, n)$ のうちの最小値，最大値である．この結果，位置及び速度の推定誤差共分散行列の上界と下界の算出式は分かりやすくなる．

ところで，式 (100) において，ある直交行列 U を使用して，次式を得る．

$$U^T \left[A_{ld}^T A_{ld} - A_{ld}^T A_l \left(A_l^T A_l \right)^{-1} A_l^T A_{ld} \right]^{-1} U$$
$$= diag\left\{ \frac{1}{\lambda_{l,\max}}, \frac{1}{\lambda_l}, \frac{1}{\lambda_{l,\min}} \right\} \tag{117}$$

ここで，式 (51) 及び性質 17 における固有値の仮定より，次式を得る．

$$0 < \frac{1}{\lambda_{l,\max}} \leq \frac{1}{\lambda_l} \leq \frac{1}{\lambda_{l,\min}} \tag{118}$$

式 (117) 及び (118) は，直交行列 U を使用して直交座標 x，y，z を他の直交座標に変換したときの配置に起因する誤差の分散の最大値は $\frac{1}{\lambda_{l,\min}}$，最小値は $\frac{1}{\lambda_{l,\max}}$ を示す．すなわち，$\frac{1}{\lambda_{l,\min}}$ 及び $\frac{1}{\lambda_{l,\max}}$ は，配置に起因する誤差の分散の最大，最小を評価する最もタイトな指標となっている．式 (101) も同様である．

なお，位置及び速度の推定精度は，性質 16 よりバイアス検出法とドップラー単独法とで同一であるので，性質 17 の結果は，バイアス検出法にも適用可能である．

5.3 DOP による評価との関係

ここでは，GPS で使用されている測位精度劣化の従来からの指標である DOP（Dilution of Precision）[4]〜[8] と本論文との関連について述べる．

式 (40) は次式のように書けるとする．

$$V_d = \sigma^2 I_n \quad (\sigma > 0) \tag{119}$$

また，$B^T B$ は正則（前提条件 2 と等価）な対角行列で，次式のように書けるとする．

$$\left(B^T B \right)^{-1} = diag\{\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2, \sigma_{vx}^2, \sigma_{vy}^2, \sigma_{vz}^2\} \tag{120}$$

すると，式 (45) は，次式となる．

$$\left(B^T V_d^{-1} B \right)^{-1} = \sigma^2\, diag\{\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2, \sigma_{vx}^2, \sigma_{vy}^2, \sigma_{vz}^2\} \tag{121}$$

式 (119) 及び (120) を仮定すれば，式 (121) のように，本論文の結果を DOP の手法により評価することは可能である．しかし，GPS 以外の測位システムでは，式 (119) 及び (120) が近似的にも成立しているとは限らない．このため，本論文では，DOP による簡易な評価ではなく，厳密な解析手法を採用した．

6. む　す　び

本論文では，Taylor 級数推定法を使用して，ドップラー及び送受信機ごとに異なるバイアス誤差を有する距離を同時に複数観測し，目標位置，速度を推定するドップラー単独法及びバイアス検出法について述べた．更に，これら二つの方法に対し，配置行列を使用した推定可能となるための条件を明らかにした．また，両者の位置，速度推定結果は同一であることを示した．更に，配置行列から算出した固有値とドップラー観測雑音共分散行列の最大固有値，最小固有値を使用した，位置及び速度推定誤差共分散行列の上界及び下界の算出式を示した．

文献

[1] 佐田達典，GPS 測量技術，オーム社，東京，2003.

[2] 西谷芳雄，電波計器，成山堂書店，東京，2002.

[3] 安田明生，"GPS の現状と展望，" 信学誌，vol.82, no.12, pp.1207–1215, Dec. 1999.

[4] Y. Bar-Shalom, X.R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, New York, 2001.

[5] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

[6] 福島荘之介，"理解するための GPS 測位計算プログラム入門（その 3）測位計算のはなし，" 航空無線，no.36, 夏期，2003.

[7] 坂井丈泰，GPS 技術入門，東京電機大学出版局，東京，2003.

[8] 小菅義夫，"特異値による TOA 測位精度の解析，" 信学論（B），vol.J96-B, no.3, pp.366–372, March 2014.

[9] W.H. Foy, "Position-location Solutions by Taylor-series Estimation," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.12, no.2, pp.187–194, March 1976.

[10] P.C. Chen, "A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation," Wireless Communications and Networking Conference, IEEE WCNC 1999, pp.316–320, 1999.

[11] W.K. Chao and K.T. Lay, "Mobile positioning and tracking based on TOA TSOA TDOA AOA with NLOS-reduced distance measurement," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.12, pp.2043–2053, Dec. 2007.

[12] K.T. Lay and W.K. Chao, "Mobile positioning based on TOA/TSOA/TDOA measurements with NLOS error reduction," Proc. International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, pp.545–548, Dec. 2005.

[13] 小菅義夫，古賀　禎，宮崎裕己，秋田　学，稲葉敬之，"距離とドップラーを観測値とするテイラー級数推定法を用いた三次元の位置及び速度推定の解析，" 信学論（B），vol.J98-B, no.8, pp.830–839, Aug. 2015.

[14] 後藤忠広，金子明弘，澁谷靖久，今江理人，"GPS コモンビュー法，" 通信総合研究所季報，vol.49, pp.111–119, 2003.

[15] J. Guo and S. Jan, "Combined Use of Doppler Observation and DTOA Measurement of 1090-MHz ADS-B signals for Wide Area Multilateration," Proc. 2015 International Technical Meeting, ION ITM 2015, pp.84–93, Jan. 2015.

[16] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[17] 中川　徹，小柳義夫，最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，東京，1982.

[18] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.

付　　録

（定理 1）D は $(m+n)\times(m+n)$，D_{11} は $m\times m$，D_{22} は $n\times n$ の行列で，

$$D=\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ {D_{12}}^{T} & D_{22} \end{pmatrix}\geq 0 \qquad (\mathrm{A{\cdot}1})$$

とする．

すると，D が正値対称行列ならば，D_{22} 及び $H=D_{11}-D_{12}D_{22}^{-1}D_{12}^{T}$ は正値対称行列で，次式が成立する．逆に，D_{22} 及び H が正値対称行列ならば，D は正値対称行列で，次式が成立する．

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} H^{-1} & -H^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \\ -D_{22}^{-1}D_{12}^{T}H^{-1} & D_{22}^{-1}+D_{22}^{-1}D_{12}^{T}H^{-1}D_{12}D_{22}^{-1} \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A{\cdot}2})$$

また，D が正値対称行列ならば，D_{11} 及び $F=D_{22}-D_{12}^{T}D_{11}^{-1}D_{12}$ は正値対称行列で，次式が成立する．逆に，D_{11} 及び F が正値対称行列ならば，D は正値対称行列で，次式が成立する [5]．

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} D_{11}^{-1}+D_{11}^{-1}D_{12}F^{-1}D_{12}^{T}D_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1}D_{12}F^{-1} \\ -F^{-1}D_{12}^{T}D_{11}^{-1} & F^{-1} \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A{\cdot}3})$$

（平成 28 年 8 月 29 日受付，10 月 31 日再受付，11 月 28 日早期公開）

小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 16 長崎大学工学部教授．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．現在，電子航法研究所研究員．電通大特任教授．工博．IEEE シニア会員．

古賀　禎　（正員）

平 5 年東京理科大・理工・電気卒．平 7 年同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 年カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

秋田　　学　（正員）

平 17 大阪大・工・電子情報エネルギー工卒，平 20 同大大学院博士前期課程了．平 23 同大大学院博士後期課程了．平 24 ニューメキシコ工科大学博士研究員．平 25 電気通信大学大学院情報理工学研究科助教．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．