論　文

六次元運動モデルを使用したパルスドップラーレーダ用追尾フィルタの初期値

小菅　義夫[†,††]　古賀　禎[†]　宮崎　裕己[†]　秋田　学[††]
稲葉　敬之[††]

Initial Values of a 6-Dimensional Target Model Tracking Filter for a Pulse Doppler Radar

Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Manabu AKITA[††], and Takayuki INABA[††]

あらまし　航空機等の移動物体の位置及び速度の真値を推定するパルスドップラーレーダ用追尾フィルタの初期値について述べる．この代表的な追尾法は，拡張カルマンフィルタを使用したものである．この場合，ドップラーを位置及び速度の予測値で線形近似した観測モデルを使用している．このため，従来の拡張カルマンフィルタを使用した追尾法には，初期値の算出手段がない．なお，三次元の速度ベクトルが観測できれば，これを追尾フィルタの速度の初期値とすればよい．しかし，ドップラーは，三次元速度ベクトルの一成分である．このため，従来は，2 サンプリング目と 1 サンプリング目の観測位置の差をサンプリング間隔で除算した値を速度，2 サンプリング目の観測位置を位置の初期値としていた．この従来法は，ドップラーの観測精度が極めてよい場合でも，ドップラーを初期値算出に反映できない．本論文では，予測値の不要なドップラー観測モデルを新たに使用し，2 サンプリング分の位置及びドップラー観測値をもとに，重み付き最小自乗法により初期値を算出した．また，その有効性を確認するため，車載レーダを例に，提案方法による初期値の具体的計算結果を示した．

キーワード　追尾フィルタ，レーダ，ドップラー，最小自乗法，初期値，誤差解析

1. まえがき

航空機等の移動物体である目標からのパルスドップラーレーダ観測値をもとに，目標の位置及び速度の真値を推定する追尾法 [1]～[6] における初期値について述べる．なお，このレーダでは，距離，仰角，方位角の目標位置のほかにドップラー（距離の時間変化率）が観測できる．

ところで，目標追尾では，直交座標と極座標が使用される [1]～[6]．直交座標は，等速直線などの目標運動の記述に便利である．一方，レーダより目標までの距離，仰角，方位角を使用した極座標は，レーダによる目標観測値及びその誤差を記述するのに便利である．また，極座標により，距離方向の追尾を行えば，ドップラーが直接追尾に使用できる．しかし，等速直線運動を記述するためにも非線形項が必要であり，目標運動の記述には不便である．

このため，極座標によるレーダ目標観測位置を，直交座標に変換し，直交座標により追尾するのが一般的である [6]．なお，この際，極座標によるレーダ目標位置観測雑音を線形近似し，直交座標によるレーダ観測モデルに変換する必要がある [6]．

目標位置のほかにドップラーを観測値とするこの直交座標を使用した追尾法の代表例は，拡張カルマンフィルタ [7], [8] を使用したものである．この場合，ドップラー観測値と，追尾フィルタより算出したドップラー予測値の差を，直交座標による位置，速度の予測値からなる六次元ベクトルで線形近似した結果を，目標位置の観測モデルに付加して追尾を行う [9]～[11]．

[†] 電子航法研究所，調布市
Electronic Navigation Research Institute, 7–4–23 Jindaiji-higashi-machi, Chofu-shi, 182–0012 Japan
[††] 電気通信大学大学院情報理工学研究科，調布市
Graduate School of Information and Engineering, University of Electro-Communications, 1–5–1 Chofugaoka, Chofu-shi, 182–8585 Japan
DOI: 10.14923/transcomj.2016JBP3018

したがって，この従来法は，位置及び速度の予測値があらかじめ算出されていることを前提とした追尾法である．このため，位置及び速度の初期値及びその誤差共分散行列を別途算出する必要がある．

このため，従来は，2 サンプリング目と 1 サンプリング目の観測位置の差をサンプリング間隔で除算した値を速度の初期値としていた [2], [6], [12]．また，位置の初期値は，2 サンプリング目の観測位置を使用していた．この従来法は，ドップラーの観測精度が極めてよい場合でも，ドップラーを初期値算出に反映できない．また，1 サンプリング目の観測位置も，位置の初期値算出に使用されない．

ところで，三次元の速度ベクトルが観測できれば，これを追尾フィルタの速度の初期値とすればよい．しかし，ドップラーは，三次元速度ベクトルの一成分にすぎない．この結果，1 サンプリング分のドップラーのみで，速度ベクトルの初期値を算出することは不可能である．

なお，ドップラーは，レーダと目標を結ぶ直線への速度ベクトルの正射影である．すなわち，単位位置ベクトルと速度ベクトルの内積がドップラーである．

本論文では，上記の内積を使用して，ドップラーの観測モデルを定義する．この観測モデルは，従来法とは異なり，単位位置観測ベクトルのみが必要であり，位置及び速度の予測値が不要である．したがって，2 サンプリング分の位置及びドップラー観測値をもとに，重み付き最小自乗法により，初期値及びその誤差共分散行列が算出できる．また，従来の位置観測値のみを使用した初期値算出方法と，精度を解析的に比較する．更に，その有効性を確認するため，車載レーダを例に，提案方法による初期値の具体的計算結果を示す．なお，本提案は，逆行列の算出が必要な点で，従来法より計算機負荷が大きい．しかし，初期値算出以後に拡張カルマンフィルタを使用する場合，逆行列の算出がもともと必要である．このため，計算機負荷は大きな問題を生じない．

2. 座標系と観測値の線形モデル

2.1 北基準直交座標と極座標

センサを原点，東を x 軸の正，北を y 軸の正，水平面（x–y 面）に垂直で上方を z 軸の正に取った直交座標（Cartesian coordinates）を「北基準直交座標」と呼ぶ．北基準直交座標は慣性直交座標であり，目標運動の記述に便利である．

レーダより目標までの距離を R，水平面より目標までの仰角を E，水平面内で北方向より目標までの方位角を By とした座標を「極座標」と呼ぶ．極座標は，レーダによる目標観測位置及びその誤差を記述するのに便利である．しかし，等速直線運動を記述するためにも非線形項（距離の時間 2 回微分値，角加速度など）を考える必要があり，目標運動の記述には不便である．

2.2 座標変換

北基準直交座標 $(x, y, z)^T$ と極座標 $(R, E, By)^T$ の間には，つぎの関係がある．ここで，$\underline{a}^T$ は，ベクトル $\underline{a}$ の転置行列を示す．

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\cos E \sin By \\ R\cos E\cos By \\ R\sin E \end{pmatrix} \tag{1}$$

式 (1) より，次式を得る．

$$\begin{pmatrix} x/R \\ y/R \\ z/R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos E \sin By \\ \cos E\cos By \\ \sin E \end{pmatrix} \tag{2}$$

2.3 ドップラーの線形モデル

式 (1) より，次式が成立する．

$$R = f(x, y, z) \tag{3}$$

ここで，次式を定義する．

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{4}$$

次の性質は，ドップラーの算出式を示す．

（性質 1）ドップラーを $\dot{R}$，x，y，z の時間微分をそれぞれ $\dot{x}$，$\dot{y}$，$\dot{z}$ とすれば，次式を得る．

$$\dot{R} = g(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \tag{5}$$

ここで，次式を定義する．

$$g(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{f(x, y, z)} \tag{6}$$

ところで，目標位置ベクトルの真値を

$$\underline{L} = (x, y, z)^T \tag{7}$$

目標速度ベクトルの真値を

$$\underline{V} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \tag{8}$$

とし，目標の六次元の状態ベクトルを次式で定義する．

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} \underline{L} \\ \underline{V} \end{pmatrix} \tag{9}$$

次の性質は，極座標の位置と北基準直交座標による速度を使用したドップラーの算出式を示す．なお，$O_{m,n}$ は，$m \times n$ の零行列とする．

（性質 2）目標のドップラーは，次式で得られる．

$$\dot{R} = \begin{pmatrix} O_{1,3} & H_d \end{pmatrix} \underline{x} \tag{10}$$

ここで，

$$H_d = \begin{pmatrix} \cos E \sin By & \cos E \cos By & \sin E \end{pmatrix} \tag{11}$$

である．なお，式 (11) は単位位置ベクトルである．

（証明）式 (2)～(9) より，結論を得る．（証明終）

性質 2 より，目標のドップラーの観測値を $\dot{R}_o$，観測雑音を v_d とすれば，次式を得る．

$$\dot{R}_o = \begin{pmatrix} O_{1,3} & H_d \end{pmatrix} \underline{x} + v_d \tag{12}$$

なお，E，By は真値であり，実際には得られない値である．このため，式 (11) の算出には，それらの観測値を使用する．

2.4 位置観測雑音の線形近似

北基準直交座標での目標位置観測ベクトルを

$$\underline{z}_l = (x_o, y_o, z_o)^T \tag{13}$$

極座標の位置観測雑音ベクトルを

$$\underline{v}_l = (v_R, v_E, v_{By})^T \tag{14}$$

とし，極座標の位置観測ベクトルを $(R_o, E_o, By_o)^T$ とする．

次の性質は，線形近似により，極座標の位置観測雑音が，北基準直交座標に座標変換できることを示す [6]．なお，I_n は $n \times n$ の単位行列を表すとする．

（性質 3）位置観測雑音が微小量とすれば，次式を得る．

$$\underline{z}_l = H_l \underline{x}_l + \Gamma_l \underline{v}_l \tag{15}$$

ここで，次式を定義する．

$$H_l = \begin{pmatrix} I_3 & 0I_3 \end{pmatrix} \tag{16}$$

$$\Gamma_l = \begin{pmatrix} \cos E \sin By & -R \sin E \sin By & R \cos E \cos By \\ \cos E \cos By & -R \sin E \cos By & -R \cos E \sin By \\ \sin E & R \cos E & 0 \end{pmatrix} \tag{17}$$

なお，式 (17) の算出は，R，E，By の観測値を使用して行う．

次の性質は，レーダが通常観測可能な範囲では，式 (17) の Γ_l が正則行列であることを示す．したがって，Γ_l が正則行列であると仮定しても，実用上差し支えない．

（性質 4）$R > 0$ かつ $0 \le E < \pi/2$ ならば，Γ_l は正則行列である．

（証明）$|D|$ は，行列 D の行列式を表すとすると，式 (17) より，次式を得る．

$$|\Gamma_l| = R^2 \cos E \tag{18}$$

式 (18) より，結論を得る．（証明終）

2.5 位置とドップラーの線形モデル

北基準直交座標での目標位置ベクトルと，極座標のドップラーからなる観測ベクトルを，式 (13) を使用して，次式で定義する．

$$\underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{z}_l \\ \dot{R}_o \end{pmatrix} \tag{19}$$

つぎに，極座標の位置ベクトル及びドップラーの観測雑音ベクトルを，式 (14) を使用して，次式で定義する．

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_l \\ v_d \end{pmatrix} \tag{20}$$

次の性質は，極座標で位置及びドップラーを観測する場合の，北基準直交座標の状態ベクトルを使用した観測モデルを示す．

（性質 5）位置とドップラーの観測値は，次式で表される．

$$\underline{z} = H \underline{x} + \Gamma \underline{v} \tag{21}$$

ここで，次式を定義する．

$$H = \begin{pmatrix} I_3 & 0I_3 \\ O_{1,3} & H_d \end{pmatrix} \tag{22}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_l & O_{3,1} \\ O_{1,3} & 1 \end{pmatrix} \tag{23}$$

（証明）式 (15) 及び (12) に，式 (19)，(16) 及び (20) を使用し，式 (21)～(23) を得る．（証明終）

3. 運動モデルと観測モデル

3.1 運動モデル

目標は，初期サンプリング間で，等速直線運動を行

うとして，

$$\underline{x}_1 = \Phi \underline{x}_0 \tag{24}$$

とする．ここで，次式を定義する．
・$\underline{x}_k$ はサンプリング時刻を t_k（以後，時刻 t_k と呼ぶ）における式 (9) の北基準直交座標での六次元の状態ベクトル，
・Φ は，時刻 t_0 より t_1 への状態ベクトルの 6×6 の推移行列で，

$$\Phi = \begin{pmatrix} I_3 & (t_1 - t_0) I_3 \\ 0 I_3 & I_3 \end{pmatrix} \tag{25}$$

なお，**2.** で定義した各種諸元の時刻 t_k での値を，例えば $\underline{x}_k$ のように，添え字 k を使用して表す．

3.2 位置のみの観測モデル

位置のみを観測する場合の極座標での観測雑音は次式の性質を有すると仮定する．なお，$E[\ ]$ は平均，$\underline{0}$ は零ベクトルを表すとする．

$$E[\underline{v}_{lk}] = \underline{0} \tag{26}$$

$$E\Big[\underline{v}_{lk} \underline{v}_{lj}^T\Big] = \begin{cases} V_{lk} & (k = j) \\ 0 I_3 & (k \neq j) \end{cases} \tag{27}$$

3.3 位置及びドップラーの観測モデル

位置及びドップラーを観測する場合の極座標での観測雑音は次式の性質を有すると仮定する．

$$E[\underline{v}_k] = \underline{0} \tag{28}$$

$$E\Big[\underline{v}_k \underline{v}_j^T\Big] = \begin{cases} V_k & (k = j) \\ O_{4,4} & (k \neq j) \end{cases} \tag{29}$$

なお，時刻 t_k における極座標の距離，仰角，方位角，ドップラーの観測雑音の分散，距離とドップラーの観測雑音の相関係数をそれぞれ σ_{Rk}^2，σ_{Ek}^2，σ_{Byk}^2，σ_{Dk}^2，ρ_k とし，$diag\{a_1, \cdots, a_n\}$ は対角要素を $a_1, \cdots, a_n$ とする対角行列，$D > 0$ は行列 D が正値対称行列を表すとして，次式を仮定する．

$$V_k = \begin{pmatrix} \sigma_{Rk}^2 & 0 & 0 & \rho_k \sigma_{Rk} \sigma_{Dk} \\ 0 & \sigma_{Ek}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Byk}^2 & 0 \\ \rho_k \sigma_{Rk} \sigma_{Dk} & 0 & 0 & \sigma_{Dk}^2 \end{pmatrix} > 0 \tag{30}$$

ここで，

$$V_{lk} = diag\Big\{\sigma_{Rk}^2, \sigma_{Ek}^2, \sigma_{Byk}^2\Big\} \tag{31}$$

$$V_{ldk} = \begin{pmatrix} \rho_k \sigma_{Rk} \sigma_{Dk} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{32}$$

とすれば，式 (30) は，次式のように書ける．

$$V_k = \begin{pmatrix} V_{lk} & V_{ldk} \\ V_{ldk}^T & \sigma_{Dk}^2 \end{pmatrix} > 0 \tag{33}$$

次の性質は，北基準直交座標での観測雑音共分散行列が正則行列であることを示す．
（性質 6）Γ_{lk} は正則行列で，式 (30) が成立するとする．すると，次式が成立する．

$$G_{lk} = \Gamma_{lk} V_{lk} \Gamma_{lk}^T > 0 \tag{34}$$

$$G_k = \Gamma_k V_k \Gamma_k^T > 0 \tag{35}$$

なお，Γ_k は正則行列である．
（証明）式 (30) 及び (31) より，次式を得る．

$$V_{lk} > 0 \tag{36}$$

Γ_{lk} は正則の仮定及び式 (36) より，式 (34) を得る．
Γ_{lk} は正則の仮定及び式 (23) より Γ_k は正則行列であるので，式 (30) を使用して，式 (35) を得る．（証明終）

4. 初期値の算出

4.1 従来法の観測モデル

三次元の位置及びドップラーを観測値とした追尾フィルタの従来法は拡張カルマンフィルタ [7], [8] を使用したものである．ここでは，従来法の観測モデルについて述べる．

まず，1 サンプリング前に算出した最新サンプリング時刻 t_k に対する予測ベクトルを次式で定義する．

$$\hat{\underline{x}}_k(-) = (x_{pk}, y_{pk}, z_{pk}, \dot{x}_{pk}, \dot{y}_{pk}, \dot{z}_{pk})^T \tag{37}$$

すると，式 (5) より，次式により，ドップラー予測値が算出される．

$$\dot{R}_{pk} = g(\hat{\underline{x}}_k(-)) \tag{38}$$

ドップラーは，六次元の状態ベクトルの非線形関数である．このため，従来法では，式 (5) のドップラーの真値 $\dot{R}_k$ と予測値 $\dot{R}_{pk}$ との差を，次式のように線形近似している．

$$\dot{R}_k - \dot{R}_{pk} \approx H_d{}'(\hat{\underline{x}}_k(-))(\underline{x}_k - \hat{\underline{x}}_k(-)) \tag{39}$$

ここで，次式を定義する．

$$H_d{}'(\underline{\hat{x}}_k) = \frac{\partial g}{\partial \underline{x}_k}(\underline{x}_k) \tag{40}$$

すると，性質 5 と同様にして，性質 3 及び式 (39) を使用して，次の従来法の観測モデルを得る [10], [11].

（性質 7）従来法の位置とドップラーの観測値は，次式で表される．

$$\begin{aligned}\underline{z}_k &\approx (x_{pk}, y_{pk}, z_{pk}, \dot{R}_{pk})^T \\ &+ H_k{}'(\underline{x}_k - \underline{\hat{x}}_k(-)) + \Gamma_k \underline{v}_k\end{aligned} \tag{41}$$

ここで，次式を定義する．

$$H_k{}' = \begin{pmatrix} H_l \\ H_d{}'(\underline{\hat{x}}_k(-)) \end{pmatrix} \tag{42}$$

4.2 位置のみ観測の場合の初期値

従来法の観測モデルは，性質 7 が示すように，位置及び速度の予測値が既知であるのが前提である．このため，拡張カルマンフィルタを使用した従来法には，初期値の算出手段がない．すなわち，位置及び速度の初期値及びその誤差共分散行列を別途算出する必要がある．

ところで，物理的な意味より，位置のみを観測する場合の初期推定ベクトル $\underline{\hat{x}}_1^L(+)$ は次式で算出できる．

$$\underline{\hat{x}}_1^L(+) = \begin{pmatrix} \underline{z}_{l1} \\ \dfrac{\underline{z}_{l1} - \underline{z}_{l0}}{t_1 - t_0} \end{pmatrix} \tag{43}$$

すると，$\underline{\hat{x}}_1^L(+)$ は，次式の性質を有する [6]．つぎの性質を使用すれば，従来法の初期値が得られる．

（性質 8）

$$E\left[\underline{\hat{x}}_1^L(+)\right] = \underline{x}_1 \tag{44}$$

$$P_1^L(+) = \begin{pmatrix} G_{l1} & \dfrac{G_{l1}}{t_1 - t_0} \\ \dfrac{G_{l1}}{t_1 - t_0} & \dfrac{G_{l1} + G_{l0}}{(t_1 - t_0)^2} \end{pmatrix} \tag{45}$$

ここで，次式を定義する．

$$P_1^L(+) = E\left[\left(\underline{\hat{x}}_1^L(+) - \underline{x}_1\right)\left(\underline{\hat{x}}_1^L(+) - \underline{x}_1\right)^T\right] \tag{46}$$

なお，式 (43) による初期速度は，式 (13) 及び (1) から分かるように，角度観測誤差の影響が距離により増幅される．また，サンプリング間隔が極めて小さい場合，式 (45) が示すように，速度推定誤差の分散が著しく大きくなる．したがって，距離及びサンプリング間隔に無関係なドップラーが使用できれば，初期速度推定精度の向上が期待できる．

4.3 重み付き最小自乗法

初期状態での追尾フィルタの過渡応答は，運動モデルに曖昧さがないとしたカルマンフィルタが優れている．なお，これは，評価指標の理解が容易な重み付け最小自乗法と等価である [7]．ところで，従来法と異なり，性質 5 が示すように，本論文で提案の観測モデルは，予測値を使用しない．このため，この観測モデルは，初期値算出に使用できる．また，カルマンフィルタによる追尾にも使用可能である．

ところで，一次元の速度であるドップラーを使用して，物理的な意味より初期値を推定するのは困難である．

以上より，本論文では，性質 5 の観測モデルを使用して，重み付き最小自乗法で初期値を算出する．このため，まず，次式を最小にする $\underline{\hat{x}}_0$ を算出する（式 (24) 参照）．

$$\begin{aligned}J &= (\underline{z}_0 - H_0\underline{\hat{x}}_0)^T G_0^{-1}(\underline{z}_0 - H_0\underline{\hat{x}}_0) \\ &+ (\underline{z}_1 - H_1\Phi\underline{\hat{x}}_0)^T G_1^{-1}(\underline{z}_1 - H_1\Phi\underline{\hat{x}}_0)\end{aligned} \tag{47}$$

したがって，$\frac{\partial J}{\partial \underline{\hat{x}}_0} = \underline{0}$ として，次式を得る [12].

$$\Omega\underline{\hat{x}}_0 = \underline{y} \tag{48}$$

ここで，次式を定義する．

$$\Omega = H_0^T G_0^{-1} H_0 + \Phi^T H_1^T G_1^{-1} H_1 \Phi \tag{49}$$

$$\underline{y} = H_0^T G_0^{-1} \underline{z}_0 + \Phi^T H_1^T G_1^{-1} \underline{z}_1 \tag{50}$$

次の性質は，$\underline{\hat{x}}_0$ が算出可能であることを示す．なお，$D \geq 0$ は行列 D が半正値対称行列を表すとする．

（性質 9）Γ_{lk} は正則行列で，$V_k > 0$ とする．すると，次式を得る．

$$\Omega > 0 \tag{51}$$

（証明）式 (35) より，次式を得る．

$$G_k^{-1} > 0 \tag{52}$$

式 (49) 及び (52) より，$\Omega \geq 0$ であるので，Ω は 0 となる固有値をもたないことを示せばよい．

ここで，もし，Ω が固有値として 0 をもてば，次式が成立する六次元の固有ベクトル $\underline{c}$ が存在する．

$$\Omega\underline{c} = \underline{0} \tag{53}$$

$$\underline{c} \neq \underline{0} \tag{54}$$

$(\underline{a}, \underline{b})$ は，ベクトル $\underline{a}$，$\underline{b}$ の内積を表すとすると，式 (53) 及び (49) より，次式を得る．

$$(G_0^{-1} H_0 \underline{c}, H_0 \underline{c}) + (G_1^{-1} H_1 \Phi \underline{c}, H_1 \Phi \underline{c}) = 0 \tag{55}$$

式 (52) 及び (55) より，次式を得る．

$$H_0 \underline{c} = \underline{0} \tag{56}$$

$$H_1 \Phi \underline{c} = \underline{0} \tag{57}$$

ここで，$\underline{c}$ を三次元ベクトル $\underline{c}_1$，$\underline{c}_2$ を使用して，次式で表す．

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} \underline{c}_1 \\ \underline{c}_2 \end{pmatrix} \tag{58}$$

すると，式 (58) 及び (22) より，次式を得る．

$$H_0 \underline{c} = \begin{pmatrix} \underline{c}_1 \\ H_{d0} \underline{c}_2 \end{pmatrix} \tag{59}$$

式 (59) 及び (56) より，次式を得る．

$$\underline{c}_1 = \underline{0} \tag{60}$$

一方，式 (22) 及び (25) より，次式を得る．

$$H_1 \Phi = \begin{pmatrix} I_3 & (t_1 - t_0) I_3 \\ O_{1,3} & H_{d1} \end{pmatrix} \tag{61}$$

式 (61) 及び (58) より，次式を得る．

$$H_1 \Phi \underline{c} = \begin{pmatrix} \underline{c}_1 + (t_1 - t_0) \underline{c}_2 \\ H_{d1} \underline{c}_2 \end{pmatrix} \tag{62}$$

式 (57)，(60) 及び (62) より，次式を得る．

$$\underline{c}_2 = \underline{0} \tag{63}$$

式 (58) に．式 (60) 及び (63) を使用して，次式を得る．

$$\underline{c} = \underline{0} \tag{64}$$

式 (54) と，式 (64) は矛盾しており，Ω の固有値は 0 とはならない．(証明終)

次の性質は，重み付き最小自乗法の解の算出式を示す．また，解が不偏推定量であることを示すとともに，その推定誤差共分散行列を示す．なお，証明は，式 (48)～(50) 及び性質 9 より，式 (21)，(28)，(24)，(29) 及び (35) を使用して，得られる．

(性質 10) Γ_{lk} は正則行列で，$V_k > 0$ とする．すると，次式を得る．

$$\hat{\underline{x}}_0 = \Omega^{-1} \underline{y} \tag{65}$$

$$E[\hat{\underline{x}}_0] = \underline{x}_0 \tag{66}$$

$$E\Big[(\hat{\underline{x}}_0 - \underline{x}_0)(\hat{\underline{x}}_0 - \underline{x}_0)^T\Big] = \Omega^{-1} \tag{67}$$

4.4 位置とドップラー観測の場合の初期値

次の性質は，従来の拡張カルマンフィルタあるいは本論文の観測モデルによるカルマンフィルタを使用した追尾における初期値を示す（性質 10 及び式 (24) 参照）．

(性質 11) Γ_{lk} は正則行列で，$V_k > 0$ とする．すると，次式を得る．

$$\hat{\underline{x}}_1(+) = \Phi \Omega^{-1} \underline{y} \tag{68}$$

$$P_1(+) = \Phi \Omega^{-1} \Phi^T \tag{69}$$

ここで，次式を定義する．

$$P_1(+) = E\Big[(\hat{\underline{x}}_1(+) - \underline{x}_1)(\hat{\underline{x}}_1(+) - \underline{x}_1)^T\Big] \tag{70}$$

5. 考　　察

ここでは，ドップラーを観測値とする場合と，しない場合の初期値を比較する．

5.1 初期値推定誤差の比較

次の性質は，ドップラーを観測値とした重み付き最小自乗法による初期値推定誤差は，位置のみを観測値とする場合の初期値推定誤差以下であることを示す．すなわち，ドップラーを観測値とすれば初期値の算出精度が向上できる．なお，証明は，付録の定理 1 を使用して得られる．

(性質 12) Γ_{lk} は正則行列で，$V_k > 0$ とする．すると，次式を得る．

$$P_1(+) \leq P_1^L(+) \tag{71}$$

5.2 二次元平面での追尾例

ここでは，理解を容易にするため，性質 11 を二次元平面の追尾に適用した例について述べる．

なお，距離，方位角，ドップラーの観測雑音の分散は，それぞれ一定値 σ_R^2，σ_{By}^2，σ_D^2 とする．また，距離とドップラーは無相関とする．

ここで，目標は，レーダと目標を結ぶ直線上を運動するとする．すると，必要なら，座標軸を回転し，目

表 1　初期値推定誤差
Table 1　Estimation error of initial values.

		位置とドップラー使用	位置のみ使用
位置推定誤差の分散	X	$R_1^2\sigma_{By}^2$	$R_1^2\sigma_{By}^2$
	Y	$\dfrac{\left\{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+2\sigma_R^2\right\}\sigma_R^2}{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2}$	σ_R^2
速度推定誤差の分散	X	$\dfrac{(R_0^2+R_1^2)\sigma_{By}^2}{(t_1-t_0)^2}$	$\dfrac{(R_0^2+R_1^2)\sigma_{By}^2}{(t_1-t_0)^2}$
	Y	$\dfrac{2\sigma_R^2\sigma_D^2}{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2}$	$\dfrac{2\sigma_R^2}{(t_1-t_0)^2}$

標は，平面内の y 軸上を運動していると仮定できる．

なお，表 1 に初期値推定誤差の分散，表 2 に初期値のドップラーありなしの場合の比較結果を示す．

表 1 は，ドップラーを使用することにより，y 座標の位置，速度推定性能は向上する（性質 12 参照）が，x 座標は改善効果がないとの直感と一致した結果を示す．

なお，ドップラーの観測精度が極めて悪い場合（$\sigma_D^2 \rightarrow \infty$），表 1 が示すように，ドップラーを使用しても，y 座標の位置，速度推定性能は改善しない．

しかし，ドップラーの観測精度が極めてよい場合（$\sigma_D^2 \rightarrow 0$），ドップラーを使用すると，y 座標の速度誤差は 0 となる．また，この場合，ドップラーを使用すると，y 座標の位置推定誤差の分散は，位置のみ使用の場合の半分となる．

この結果，先行車両との距離，相対速度算出精度が重要な車載レーダなどにおいて，ドップラー観測精度の向上が極めて有効なことが分かる．

また，表 2 において，ドップラーを使用する y 座標の初期速度 $\dot{y}_{s1}$ は，ドップラーより得られる平均速度 $(\dot{R}_{o0}+\dot{R}_{o1})/2$（この観測雑音の分散は，$\sigma_D^2/2$）と，位置より得られる速度 $(y_{o1}-y_{o0})/(t_1-t_0)$ (この観測雑音の分散は，$2\sigma_R^2/(t_1-t_0)^2$) を，次式のように，観測雑音の分散で重み付き平均して得られる．

$$\dot{y}_{s1} = \frac{\dfrac{(y_{o1}-y_{o0})/(t_1-t_0)}{2\sigma_R^2/(t_1-t_0)^2} + \dfrac{(\dot{R}_{o0}+\dot{R}_{o1})/2}{\sigma_D^2/2}}{\dfrac{1}{2\sigma_R^2/(t_1-t_0)^2} + \dfrac{1}{\sigma_D^2/2}} \tag{72}$$

更に，表 2 において，ドップラーを使用する y 座標の初期位置 y_{s1} は，y 座標の平均観測位置 $(y_{o0}+y_{o1})/2$ に，平均したことによる遅れ分を式 (72) の $\dot{y}_{s1}$ で次式のように補償して得られる．

表 2　初期値の比較
Table 2　Comparison of initial values.

		位置とドップラー使用	位置のみ使用
初期位置	x	x_{o1}	x_{o1}
	y	$\dfrac{y_{o0}+y_{o1}}{2} + \dfrac{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2(y_{o1}-y_{o0})}{2\left\{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2\right\}} + \dfrac{(t_1-t_0)\sigma_R^2(\dot{R}_{o0}+\dot{R}_{o1})}{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2}$	y_{o1}
初期速度	x	$\dfrac{x_{o1}-x_{o0}}{t_1-t_0}$	$\dfrac{x_{o1}-x_{o0}}{t_1-t_0}$
	y	$\dfrac{(t_1-t_0)\sigma_D^2(y_{o1}-y_{o0})}{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2} + \dfrac{2\sigma_R^2(\dot{R}_{o0}+\dot{R}_{o1})}{(t_1-t_0)^2\sigma_D^2+4\sigma_R^2}$	$\dfrac{y_{o1}-y_{o0}}{t_1-t_0}$

$$y_{s1} = (y_{o0}+y_{o1})/2 + (t_1-t_0)/2 \cdot \dot{y}_{s1} \tag{73}$$

なお，表 2 は，位置のみ使用の場合，最新の観測位置のみを使用して，y 座標の初期位置を算出していることを示す．これと比べ，ドップラー使用の場合，2 サンプリングの観測位置とドップラー，計 4 個の観測値を使用して，y 座標の初期位置を算出している．

5.3　繰り返し計算による性能向上

本提案では，位置の初期値を，2 サンプリング分の位置及びドップラー観測値を使用して算出している．この結果，初期位置推定精度は，観測値以上となる．したがって，この精度改善された初期位置より仰角，方位角を算出し，式 (11) を再計算することができる．また，同様に，式 (17) も再計算できる．このような繰り返し計算により，初期値推定精度が向上可能なのも，本提案の観測モデルの特徴である．

一方，従来は，式 (43) が示すように，2 サンプリング目の位置のみで，初期位置が算出されていた．

6. む す び

本論文では，予測ベクトルの不要なドップラー観測モデルを新たに使用し，2 サンプリング分の距離，仰角，方位角及びドップラー観測値をもとに，重み付き最小自乗法により，位置と速度の初期値を算出した．また，その誤差共分散行列を算出した．なお，提案方法による初期値は，観測位置のみを使用する従来法の初期値算出精度以上である．更に，その有効性を確認

するため，車載レーダを例に，提案方法による初期値の具体的計算結果を示した．

ところで，本論文で提案の観測モデルを使用すれば，初期値算出のみならず，カルマンフィルタによる追尾法も構築できる．この追尾法と，従来の拡張カルマンフィルタによる追尾法の性能比較が今後の課題である．例えば，位置及び速度の推定精度が期待できるレーダに向かって等速直線運動を行う目標，あるいは追従誤差が大きくなりやすい近距離急旋回目標の追尾精度の比較である．

文　　献

[1] C.B. Chang and J.A. Tabaczynski, “Application of state estimation to target tracking,” IEEE Trans. Autom. Control, vol.29, no.2, pp.98–108, Feb. 1984.

[2] S.S. Blackman, Multiple Target Tracking with Radar Applications, Artech House, Dedham, 1986.

[3] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortman, Tracking and Data Association, Academic Press, New York, 1988.

[4] L. Bogler, Radar Principles with Applications to Tracking Systems, John Wiley & Sons, New York, 1990.

[5] S.S. Blackman and R. Popoli, Design and Analysis of Modern Tracking Systems, Artech House, Boston, 1999.

[6] 小菅義夫，“レーダによる単一目標追尾法の現状と将来,” 信学論（B），vol.J93-B, no.11, pp.1504–1511, Nov. 2010.

[7] A. Gelb, ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[8] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, San Diego, 1970.

[9] A. Farina and S. Pardini, “Track-while-scan algorithm in a clutter environment,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.14, no.5, pp.769–779, Sept. 1978.

[10] 小菅義夫，亀田洋志，真野清司，近藤倫正，“距離変化率を使用したレーダ追尾の直交座標変換,” 信学論（B-II），vol.J79-B-II, no.3, pp.209–216, March 1996.

[11] 亀田洋志，辻道信吾，小菅義夫，“距離変化率を用いた高密度環境下における目標追尾,” 信学論（B），vol.J82-B, no.8, pp.1559–1568, Aug. 1999.

[12] 小菅義夫，“位置の n 階微分値を一定とする追尾フィルタの初期値算出方法,” 信学論（B），vol.J96-B, no.8, pp.859–866, Aug. 2013.

[13] M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, John Wiley & Sons, Hoboken, 2007.

付　　録

［定理 1］D は $(m+n)\times(m+n)$，D_{11} は $m\times m$，D_{22} は $n\times n$ の行列で，

$$D=\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{pmatrix}>0 \tag{A·1}$$

とする．すると，D_{11}，D_{22} 及び $H=D_{22}-D_{12}^TD_{11}^{-1}D_{12}$ は，正値対称行列で，次式が成立する [13]．

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} D_{11}^{-1}+D_{11}^{-1}D_{12}H^{-1}D_{12}^TD_{11}^{-1} & -D_{11}^{-1}D_{12}H^{-1} \\ -H^{-1}D_{12}^TD_{11}^{-1} & H^{-1} \end{pmatrix} \tag{A·2}$$

更に，次式が成立する．

$$D^{-1}\geq\begin{pmatrix} D_{11}^{-1} & O_{m,n} \\ O_{n,m} & 0I_n \end{pmatrix} \tag{A·3}$$

（証明）$\underline{x}$ を m 次元ベクトルとして，$\underline{y}$ を n 次元ベクトルとして，内積を考えれば，式 (A·2) より，次式を得る．

$$\begin{aligned}&\left(\left[D^{-1}-\begin{pmatrix} D_{11}^{-1} & O_{m,n} \\ O_{n,m} & 0I_n \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\underline{x}\\ \underline{y}\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\underline{x}\\ \underline{y}\end{pmatrix}\right)\\ &=\left(H^{-1}\left[D_{12}^TD_{11}^{-1}\underline{x}-\underline{y}\right],\left[D_{12}^TD_{11}^{-1}\underline{x}-\underline{y}\right]\right)\geq 0\end{aligned} \tag{A·4}$$

式 (A·4) より，式 (A·3) を得る．　（証明終）

（平成 28 年 3 月 17 日受付，6 月 26 日再受付，9 月 13 日早期公開）

小菅　義夫　（正員）

昭 47 早大・理工・数学卒．昭 49 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．平 16 長崎大学工学部教授．単一及び複数センサによる多目標追尾に関する研究に従事．現在，電子航法研究所研究員．電通大特任教授．工博．IEEE シニア会員．

古賀　禎　（正員）

平 5 年東京理科大・理工・電気卒．平 7 年同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入所．平 13 年カリフォルニア大デービス校客員研究員．工博．二次監視レーダ，空港面監視システムの研究に従事．

宮崎　裕己　（正員）

平 3 信州大・工卒．平 5 同大大学院修士課程了．同年運輸省電子航法研究所入省．以来，二次監視レーダやマルチラテレーションに関する研究開発に従事．電気学会会員．

秋田　　学　（正員）

平 17 大阪大・工・電子情報エネルギー工卒，平 20 同大大学院博士前期課程了．平 23 同大大学院博士後期課程了．平 24 ニューメキシコ工科大学博士研究員．平 25 電気通信大学大学院情報理工学研究科助教．

稲葉　敬之　（正員）

昭 56 東工大・理・物理卒，昭 58 同大大学院修士課程了．同年，三菱電機（株）入社．平 20 年 4 月より電通大教授．工博．レーダ信号処理，超電導磁気センサ信号処理，アダプティブアレー信号処理，車載レーダの研究開発等に従事．IEEE シニア会員．