ドップラー観測の場合の TDOA 測位性能

Estimation Accuracy of TDOA Location System with Doppler Measurements

小菅 義夫[†, ††]，古賀 禎[†]，宮崎 裕己[†]，秋田 学[††]，稲葉 敬之[††]
Yoshio KOSUGE[†, ††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Manabu Akita[††], and Takayuki Inaba[††]
†電子航法研究所，††電気通信大学
†Electronic Navigation Research Institute , ††University of Electro-Communications

1．はじめに

距離差とドップラーを同時に複数観測し，目標（送信源）の位置と速度を推定する測位法について述べる．

2．距離差観測モデル

$i(i=0,\cdots,n)$番目の受信局（既知の固定位置）の位置を

$$\underline{B}_i=(x_i,y_i,z_i)^T \tag{1}$$

とし，目標位置を次式で表す．なお，$i=0$の受信局を基準局とする．

$$\underline{L}=(x,y,z)^T \tag{2}$$

距離の真値は，次式となる．

$$R_i=f_i(x,y,z)=\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2} \tag{3}$$

目標から受信局 i までの電波到達時間の真値をt_i，光速をcとする．また，受信機時計誤差ε_iは，次式を満たすとする．

$$E[\varepsilon_i]=0 \tag{4}$$

$$E[\varepsilon_i\varepsilon_j]>0\ (i=j),\quad 0\ (i\neq j) \tag{5}$$

電波到達時間差の観測値は，次式となる．

$$\Delta t_{io}=t_i-t_0+(\varepsilon_i-\varepsilon_0) \tag{6}$$

距離差の観測誤差をv_iとすると次式を得る．

$$R_i-R_0+v_i=c\Delta t_{io} \tag{7}$$

$$v_i=c(\varepsilon_i-\varepsilon_0)\quad (i=1,\cdots,n) \tag{8}$$

（性質１）目標位置推定のための初期値をx^l,y^l,z^lとすると，次式を得る．$\alpha_i,\beta_i,\gamma_i$は線形近似の係数である．

$$\begin{aligned}\Delta R_{io}&=R_i-R_0-\left[f_i(x^l,y^l,z^l)-f_0(x^l,y^l,z^l)\right]+v_i\\&\approx(\alpha_i-\alpha_0)(x-x^l)+(\beta_i-\beta_0)(y-y^l)+(\gamma_i-\gamma_0)(z-z^l)+v_i\end{aligned} \tag{9}$$

3．ドップラー観測モデル

$$\dot{\underline{L}}=(\dot{x},\dot{y},\dot{z})^T \tag{10}$$

を目標速度ベクトルとすると，ドップラーの真値は，

$$\dot{R}_i=h_i(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z})=-\frac{(x_i-x)\dot{x}+(y_i-y)\dot{y}+(z_i-z)\dot{z}}{f_i(x,y,z)} \tag{11}$$

で，ドップラーの観測誤差を$\dot{v}_i$とすると，観測値は次式となる．

$$\dot{R}_{io}=\dot{R}_i+\dot{v}_i \tag{12}$$

また，ドップラーの観測誤差は，次式を満たすとする．

$$E[\dot{v}_i]=0 \tag{13}$$

$$E[\dot{v}_i\dot{v}_j]>0\ (i=j),\quad 0\ (i\neq j) \tag{14}$$

（性質２）速度推定の初期値を$\dot{x}^l,\dot{y}^l,\dot{z}^l$とすると，次式を得る．なお，$\alpha_{il},\beta_{il},\gamma_{il}$は線形近似の係数である．

$$\begin{aligned}\Delta\dot{R}_{io}&=\dot{R}_{io}-h_i(x^l,y^l,z^l,\dot{x}^l,\dot{y}^l,\dot{z}^l)\approx\alpha_{il}(x-x^l)+\beta_{il}(y-y^l)\\&+\gamma_{il}(z-z^l)+\alpha_i(\dot{x}-\dot{x}^l)+\beta_i(\dot{y}-\dot{y}^l)+\gamma_i(\dot{z}-\dot{z}^l)+\dot{v}_i\end{aligned} \tag{15}$$

4．ドップラー観測の場合の TDOA 測位

次式は，距離差とドップラーの観測モデルを示す．

$$\underline{b}=A\underline{a}+\underline{v} \tag{16}$$

$$\underline{b}=(\Delta R_{1o},\cdots,\Delta R_{no},\Delta\dot{R}_{0o},\cdots,\Delta\dot{R}_{no})^T \tag{17}$$

$$\underline{\omega}(i)=(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i),\quad \underline{\kappa}(i)=(\alpha_{il},\beta_{il},\gamma_{il}) \tag{18}$$

$$A_l=\begin{pmatrix}\underline{\omega}(1)-\underline{\omega}(0)\\ \vdots\\ \underline{\omega}(n)-\underline{\omega}(0)\end{pmatrix},\quad A_{ld}=\begin{pmatrix}\underline{\kappa}(0)\\ \vdots\\ \underline{\kappa}(n)\end{pmatrix},\quad A_d=\begin{pmatrix}\underline{\omega}(0)\\ \vdots\\ \underline{\omega}(n)\end{pmatrix} \tag{19}$$

$$A=\begin{pmatrix}A_l & O_{n,3}\\ A_{ld} & A_d\end{pmatrix} \tag{20}$$

$$\underline{a}=(x-x^l,y-y^l,z-z^l,\dot{x}-\dot{x}^l,\dot{y}-\dot{y}^l,\dot{z}-\dot{z}^l)^T \tag{21}$$

$$\underline{v}_l=(v_1,\cdots,v_n)^T \quad (22),\qquad \underline{v}_d=(\dot{v}_0,\cdots,\dot{v}_n)^T \quad (23)$$

$$\underline{v}=(v_1,\cdots,v_n,\dot{v}_0,\cdots,\dot{v}_n)^T \tag{24}$$

なお，次式を仮定する．

$$V=E[\underline{v}\underline{v}^T]=\begin{pmatrix}V_l & O_{n,n+1}\\ O_{n+1,n} & V_d\end{pmatrix} \tag{25}$$

$$V_l=E[\underline{v}_l\underline{v}_l^T] \tag{26}$$

$$V_d=E[\underline{v}_d\underline{v}_d^T] \tag{27}$$

（前提条件１）$\underline{\omega}(i)-\underline{\omega}(0)\quad (i=1,\cdots,n)$のうち．いずれか 3 個が１次独立とする．

（性質３）重み付き最小自乗法により，$\underline{b}$を観測値として，$\underline{a}$を推定する．前提条件１が成立するとき，推定値として，次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}=(A^TV^{-1}A)^{-1}A^TV^{-1}\underline{b} \tag{28}$$

$$E[\hat{\underline{a}}]=\underline{a}\quad (29),\qquad E\left[(\hat{\underline{a}}-\underline{a})(\hat{\underline{a}}-\underline{a})^T\right]=(A^TV^{-1}A)^{-1} \quad (30)$$

5．距離差のみ観測の TDOA 測位

（性質４）重み付き最小自乗法により，$\underline{b}_l=(\Delta R_{1o},\cdots,\Delta R_{no})^T$を観測値として，$\underline{a}_l=(x-x^l,y-y^l,z-z^l)^T$を推定する．前提条件１が成立するとき，推定値として，次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}_l=(A_l^TV_l^{-1}A_l)^{-1}A_l^TV_l^{-1}\underline{b}_l \tag{31}$$

$$E[\hat{\underline{a}}_l]=\underline{a}_l\quad (32),\qquad E\left[(\hat{\underline{a}}_l-\underline{a}_l)(\hat{\underline{a}}_l-\underline{a}_l)^T\right]=(A_l^TV_l^{-1}A_l)^{-1} \quad (33)$$

6．性能比較

３次の単位行列Iを使用して，

$$N=\begin{pmatrix}I & 0I\end{pmatrix} \tag{34}$$

とすれば，ドップラーを観測する場合の測位結果として次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}_D=N\hat{\underline{a}} \tag{35}$$

（性質５）前提条件１が成立するとき，次式を得る．

$$E[\hat{\underline{a}}_D]=\underline{a}_l \tag{36}$$

$$E\left[(\hat{\underline{a}}_D-\underline{a}_l)(\hat{\underline{a}}_D-\underline{a}_l)^T\right]=N(A^TV^{-1}A)^{-1}N^T\leq\left[A_l^TV_l^{-1}A_l\right]^{-1} \tag{37}$$

7．まとめ

ドップラーの使用により，観測精度や送受信機の配置よらず，TDOA の位置推定精度は向上することを示した．