B-2-6
2015年　電子情報通信学会総合大会

ドップラー観測の場合の TOA 測位性能

Estimation Accuracy of TOA Location System with Doppler Measurements

小菅 義夫[†,††]，古賀 禎[†]，宮崎 裕己[†]，秋田 学[††]，稲葉 敬之[††]
Yoshio KOSUGE[†,††], Tadashi KOGA[†], Hiromi MIYAZAKI[†], Manabu Akita[††], and Takayuki Inaba[††]
[†]電子航法研究所　[††]電気通信大学
[†]Electronic Navigation Research Institute　[††]University of Electro-Communications

1．はじめに

本稿は，距離及びドップラーを同時に複数観測し，移動体である目標の位置を推定する測位法について述べる．

2．距離観測モデル

目標とは異なる位置にある i 番目の位置（既知）及び目標の位置を，それぞれ次の式(1)，(2)で表す．

$$\underline{B}_i=\left(x_i,y_i,z_i\right)^T \quad (1)$$

$$\underline{L}=\left(x,y,z\right)^T \quad (2)$$

すると，i 番目の送受信機間の距離の真値及び観測値は，それぞれ次の式(3)，(4)となる．

$$R_i=f_i\left(x,y,z\right) \quad (3)$$

$$R_{io}=R_i+S+v_i \quad (4)$$

ここで，

$$f_i\left(x,y,z\right)=\sqrt{\left(x_i-x\right)^2+\left(y_i-y\right)^2+\left(z_i-z\right)^2} \quad (5)$$

S は時計誤差による距離のバイアス誤差，v_i はランダムな観測誤差である．

（性質１）位置推定の初期値を x_0,y_0,z_0 とすると次式を得る．

$$\Delta R_{io}=R_{io}-f_i\left(x_0,y_0,z_0\right)\approx\alpha_i\left(x-x_0\right)+\beta_i\left(y-y_0\right)+\gamma_i\left(z-z_0\right)+S+v_i \quad (6)$$

$$\alpha_i=-\frac{x_i-x_0}{f_i\left(x_0,y_0,z_0\right)},\beta_i=-\frac{y_i-y_0}{f_i\left(x_0,y_0,z_0\right)},\gamma_i=-\frac{z_i-z_0}{f_i\left(x_0,y_0,z_0\right)} \quad (7)$$

3．ドップラー観測モデル

目標とは異なる位置にある i 番目の速度ベクトル（既知）及び目標の速度ベクトルを，それぞれ次の式(8)，(9)で表す．

$$\dot{\underline{B}}_i=\left(\dot{x}_i,\dot{y}_i,\dot{z}_i\right)^T \quad (8)$$

$$\dot{\underline{L}}=\left(\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right)^T \quad (9)$$

すると，i番目の送受信機間のドップラーの真値及び観測値は，それぞれ次の式(10)，(11)となる．

$$\dot{R}_i=g_i\left(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right) \quad (10)$$

$$\dot{R}_{io}=\dot{R}_i+\dot{v}_i \quad (11)$$

ここで，

$$g_i\left(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z}\right)=\frac{\left(x_i-x\right)\left(\dot{x}_i-\dot{x}\right)+\left(y_i-y\right)\left(\dot{y}_i-\dot{y}\right)+\left(z_i-z\right)\left(\dot{z}_i-\dot{z}\right)}{f_i\left(x,y,z\right)} \quad (12)$$

$\dot{v}_i$ はドップラーのランダムな観測誤差である．

（性質２）速度推定の初期値を $\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0$ とすると次式を得る．

$$\Delta\dot{R}_{io}=\dot{R}_{io}-g_i\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right)\approx\alpha_{il}\left(x-x_0\right)+\beta_{il}\left(y-y_0\right) \quad (13)$$
$$+\gamma_{il}\left(z-z_0\right)+\alpha_i\left(\dot{x}-\dot{x}_0\right)+\beta_i\left(\dot{y}-\dot{y}_0\right)+\gamma_i\left(\dot{z}-\dot{z}_0\right)+\dot{v}_i$$

$$\alpha_{il}=\frac{\partial g_i}{\partial x}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right),\beta_{il}=\frac{\partial g_i}{\partial y}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right), \quad (14)$$
$$\gamma_{il}=\frac{\partial g_i}{\partial z}\left(x_0,y_0,z_0,\dot{x}_0,\dot{y}_0,\dot{z}_0\right)$$

4．ドップラー観測の場合の TOA 測位

n 対の観測値を得るとすれば，次の観測モデルを得る．

$$\underline{b}=A\underline{a}+\underline{v} \quad (15)$$

ここで，次式を定義する

$$\underline{b}=\left(\Delta R_{1o},\cdots,\Delta R_{no},\Delta\dot{R}_{1o},\cdots,\Delta\dot{R}_{no}\right)^T \quad (16)$$

$$\underline{\omega}(i)=\left(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i\right),\ \underline{\delta}(i)=\left(\underline{\omega}(i),1\right),\ \underline{\kappa}(i)=\left(\alpha_{il},\beta_{il},\gamma_{il},0\right) \quad (17)$$

$$A_l=\begin{pmatrix}\underline{\delta}(1)\\ \vdots\\ \underline{\delta}(n)\end{pmatrix},\ A_{ld}=\begin{pmatrix}\underline{\kappa}(1)\\ \vdots\\ \underline{\kappa}(n)\end{pmatrix},\ A_d=\begin{pmatrix}\underline{\omega}(1)\\ \vdots\\ \underline{\omega}(n)\end{pmatrix} \quad (18)$$

$$A=\begin{pmatrix}A_l & O_{n,3}\\ A_{ld} & A_d\end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\underline{a}=\left(x-x_0,y-y_0,z-z_0,S,\dot{x}-\dot{x}_0,\dot{y}-\dot{y}_0,\dot{z}-\dot{z}_0\right)^T \quad (20)$$

$$\underline{v}_l=\left(v_1,\cdots,v_n\right)^T \quad (21),\qquad \underline{v}_d=\left(\dot{v}_1,\cdots,\dot{v}_n\right)^T \quad (22)$$

$$\underline{v}=\begin{pmatrix}\underline{v}_l\\ \underline{v}_d\end{pmatrix} \quad (23)$$

ここで，次式を仮定する．

$$E\left[\underline{v}\right]=\underline{0} \quad (24),\quad V=E\left[\underline{v}\underline{v}^T\right]=\begin{pmatrix}V_l & V_{ld}\\ V_{ld} & V_d\end{pmatrix}>0 \quad (25)$$

（前提条件１）$\underline{\delta}(i)$ $(i=1,\cdots,n)$ のうち．いずれか４個が１次独立とする．なお，n は４以上とする．

（性質３）前提条件１が成立するとき，重み付き最小自乗法により，式(20)の推定値として，次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}=\left(A^TV^{-1}A\right)^{-1}A^TV^{-1}\underline{b} \quad (26)$$

$$E\left[\hat{\underline{a}}\right]=\underline{a} \quad (27)$$

$$E\left[\left(\hat{\underline{a}}-\underline{a}\right)\left(\hat{\underline{a}}-\underline{a}\right)^T\right]=\left(A^TV^{-1}A\right)^{-1} \quad (28)$$

5．距離のみ観測の TOA 測位

（性質４）前提条件１が成立するとき，重み付き最小自乗法により，$\underline{b}_l=\left(\Delta R_{1o},\cdots,\Delta R_{no}\right)^T$ とすれば，$\underline{a}_l=\left(x-x_0,y-y_0,z-z_0,S\right)^T$ の推定値として，次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}_l=\left(A_l^TV_l^{-1}A_l\right)^{-1}A_l^TV_l^{-1}\underline{b}_l \quad (29)$$

$$E\left[\hat{\underline{a}}_l\right]=\underline{a}_l \quad (30)$$

$$E\left[\left(\hat{\underline{a}}_l-\underline{a}_l\right)\left(\hat{\underline{a}}_l-\underline{a}_l\right)^T\right]=\left(A_l^TV_l^{-1}A_l\right)^{-1} \quad (31)$$

6．性能比較

$$N=\begin{pmatrix}I_4 & O_{4,3}\end{pmatrix} \quad (32)$$

とすれば，ドップラー観測の場合の測位結果として次式を得る．

$$\hat{\underline{a}}_D=N\hat{\underline{a}} \quad (33)$$

（性質５）前提条件１が成立するとき，次式を得る．

$$E\left[\hat{\underline{a}}_D\right]=\underline{a}_l \quad (34),\quad E\left[\left(\hat{\underline{a}}_D-\underline{a}_l\right)\left(\hat{\underline{a}}_D-\underline{a}_l\right)^T\right]=N\left(A^TV^{-1}A\right)^{-1}N^T \quad (35)$$

（性質６）前提条件１が成立するとき，次式を得る．

$$E\left[\hat{\underline{a}}_D\right]=E\left[\hat{\underline{a}}_l\right] \quad (36)$$

$$N\left(A^TV^{-1}A\right)^{-1}N^T\le\left[A_l^TV_l^{-1}A_l\right]^{-1} \quad (37)$$

7．まとめ

距離のみ観測の TOA で測位可能な送受信機の配置ならば，距離とドップラーを複数同時に観測し三次元の位置及び速度が推定可能なことを示した．また，ドップラーの観測精度や送受信機の配置がどのような場合でも，ドップラーの使用による位置推定精度の劣化はないことを示した．