

時間ゲートと周波数軸上での低域通過フィルタを用いた FFT-超分解能時間遅延推定法の演算負荷低減

福島 冬樹[†] 稲葉 敬之[†]

Super-Resolution Estimation Method of Arrival Time of Multiple Coherent Signals with Sliding Time Gate

Fuyuki FUKUSHIMA[†] and Takayuki INABA[†]

あらまし 既知多重波の時間遅延差を超分解能に推定がする方法として、周波数軸上の周波数分析に基づく FFT (Fast Fourier Transform) 超分解能時間遅延推定法がある。この方法は、観測信号及び既知参照信号をフーリエ変換し前者を後者で除算し、この除算信号の波形周期分析にて多重波の時間遅延を推定するものである。本論文では、パルスレーダなど時間遅延差を推定すべき全観測区間が比較的長い場合において、FFT-超分解能時間遅延推定法の計算量が膨大となることを回避するために、全観測区間を複数の時間ゲートに分割し、かつ周波数軸上で低域通過フィルタを用いた FFT-超分解能時間遅延推定法を提案する。複数の時間ゲートに分割することで、ゲート幅を超える大きな時間遅延差の多重波を区別するとともに除算信号の波形周期が大きいものに限定されることから、周波数軸上で低域通過フィルタを適用することで距離ゲート間の干渉を抑圧することが期待される。更に、低域通過フィルタ出力信号をデシメーションすることが可能となり、超分解能法の次元低減による計算量の削減が可能となる。本論文では、計算量削減の効果を示すとともに、計算機シミュレーションにより提案する FFT-超分解能時間遅延推定の推定精度を評価する。

キーワード レーダ、超分解能、時間遅延推定、MUSIC、ESPRIT

1. ま え が き

パルスレーダやパルス圧縮レーダでは、送信波を目標に放射し、その反射波を受信し、送受信波間の時間遅延を観測することにより目標距離を求める。複数の目標が近接して存在する場合、各目標で反射したわずかな時間遅延差の複数の受信波が重畳した信号として観測される。このとき、各目標反射信号は位相と時間遅延のみ異なる相関が高い信号の重ね合わせである多重波となり、それぞれの時間遅延を推定することは困難な問題である。このような多重波の時間遅延分離問題は、送信信号帯域と各反射波の時間遅延差により以下の3種の状況に分類できる。

- ① 送信信号帯域に相当する時間に比べ十分微小な時間遅延差となる場合。
- ② 送信信号帯域に相当する時間に対し大きな時間

遅延差となる場合。

- ③ 送信信号帯域に相当する時間と同程度の時間遅延差となる場合。

①の状況では、時間遅延差は無視できるほど小さく、一方位相差は任意となる状況である。このとき、時間遅延差を求めることは原理的に困難な状況であり、位相差によるフェージングの発生に対する対策が必要である[1]。一方、②の状況では、通常のパルス圧縮処理にて各目標反射波の時間遅延を分離可能である。距離サイドローブを小さくすることや計算負荷を小さくすることが技術課題である。例えば通信分野においては Rake 受信方式がよく知られている。③の状況では、通常のパルス圧縮処理では時間遅延の分離が困難となる状況であり、①と同様に各反射波の位相差が任意となる状況において、時間遅延の分離そのものが技術課題である。

この問題③への取組みの一つとして、周波数軸上の波形周期分析に基づく FFT-超分解能時間遅延推定法がある。この方法は、受信信号及び参照信号(すなわ

[†]三菱電機株式会社情報技術総合研究所，鎌倉市
Information Technology R & D Center, Mitsubishi Electric Corporation, Kamakura-shi, 247-0056 Japan

ち既知送信波形)をフーリエ変換し前者を後者で除算し,この除算信号の波形周期分析にて多重波の時間遅延を推定する.波形周期分析において,MUSIC(Multiple Signal Classification)やESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques),及びML(Maximum Likelihood)等を利用することで超分解能な時間遅延差推定を行うことができる.例えば文献[2],[3]では,超分解能法としてMUSICを用いたFFT-MUSIC法が提案され,FFT演算型相関法(すなわちパルス圧縮)との分解能比較が報告されている.

レーダなど各種応用において,推定すべき受信信号の観測区間が大きいという状況が発生する.このとき,FFT処理区間や超分解能周波数推定を行うための相関行列の次元が大きくなり計算量が膨大となる(処理負荷は一般に相関行列次元の3乗に比例する)という実用上の課題がある.このためFFT-超分解能時間遅延推定法の処理負荷を低減することは重要である.

このような背景から本論文では,低計算負荷にて全観測区間内での多重波の時間遅延差を推定可能とする時間ゲートと周波数軸上で低域通過フィルタを併用したFFT-超分解能時間遅延推定法を提案する.提案法では受信信号の時間遅延をある最大値(時間ゲート幅)以下に限定し,全観測区間内を複数の時間ゲートに分割してそれぞれFFT-超分解能時間遅延推定法を適用する.FFT処理区間は,時間ゲート幅と送信パルス幅の和となるようにとり,全観測区間にわたりこのFFT処理区間を時間ゲート幅だけオーバーラップさせつつスライディング処理する.このようにすることで,各時間ゲートにおいて時間ゲートを大きく超える多重波と弁別するとともに,除算信号の波形周期が大きいものに限定されることから,周波数軸上で低域通過フィルタを適用することで距離ゲート間の干渉を抑圧することが期待できる.更に,低域通過フィルタ出力信号をデシメーションすることが可能となり,超分解能法の次元低減による計算量の削減が可能となる.

本論文では計算負荷低減について考察するとともに,計算機シミュレーションにより信号帯域に相当する時間遅延と同等,及びその半分の時間遅延差となる2目標環境における性能評価を実施し,提案法の有効性を示す.

2. FFT-超分解能時間遅延推定の原理

レーダから送信波 $s(t)$ (t : 時間) が送信されたとき,

時間遅延 τ に相当する距離に目標が存在しその反射波が受信波として観測されたとする.この受信波を $u(t)$ とすると,受信波は電波伝搬に伴う位相回転と目標反射断面積や減衰等から定まる複素定数を ξ として式(1)により表される.

$$u(t) = \xi s(t - \tau) \quad (1)$$

一方, $\delta(t)$ をデルタ関数とすると関数 $s(t)$ には,

$$s(t - \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - t') \delta(t' - \tau) dt' \quad (2)$$

の関係がある.式(2)の両辺をフーリエ変換して式(3)が得られる[4].

$$S'(f) = S(f) \exp[-j2\pi f\tau] \quad (3)$$

ここで, $S(f)$, $S'(f)$ はそれぞれ $s(t)$, $s(t - \tau)$ の周波数スペクトルを表している.式(1)と式(3)より式(4)の関係が成立する.

$$x(f) = \frac{U(f)}{S(f)} = \xi \exp[-j2\pi f\tau] \quad (4)$$

ここで, $U(f)$ は受信信号 $u(t)$ の周波数スペクトル, $x(f)$ は受信波スペクトル $U(f)$ を送信波スペクトル $S(f)$ で除算した除算信号である.式(4)より,除算信号 $x(f)$ は周期が $1/\tau$ の正弦波波形となることが分かる.

FFT-超分解能時間遅延推定法では,多重波の各時間遅延 τ を高分解能で推定するために,除算信号 $x(f)$ にMUSIC処理やESPRIT処理,最ゆう推定処理を適用し周波数推定することで,信号帯域を超えた超分解能推定の時間遅延推定が可能となる.

3. 提案する時間ゲートと周波数軸上での低域通過フィルタを用いるFFT-超分解能時間遅延推定法の概要

FFT-超分解能時間遅延推定における全域一括処理法(以下,単に全域一括処理法)の観測区間と受信信号の関係を図1に示す.以下本論文では,既知参照信号である送信信号は符号変調された信号として説明する.ここで,観測区間(Observation interval)は時間遅延推定の対象となる全時間範囲である.

図1で N_s は符号変調波の1チップで規格化したときの信号長(すなわち符号長), N_r はFFT-超分解能時間遅延推定法における観測区間を1チップで規格化

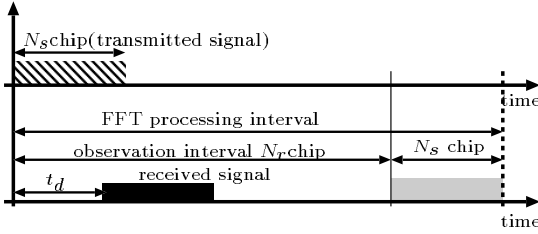


図 1 全域一括法における観測区間と受信信号の関係
Fig. 1 Relationship between the observation interval and received signal.

したときの総数である．斜線部は送信パルスである．目標で反射したパルス（黒塗りのパルス）が時間遅延 t_d で受信された状況を表している． t_d は式 (1) ~ (4) の τ にあたる．観測する最大の時間遅延は N_r チップであり，網掛け部はその最大の遅延時間で受信された信号の受信タイミングを表している．この全域一括処理法では，観測区間にパルス幅を加えた範囲を FFT 処理区間 (FFT processing interval) として，チップ幅で規格化した最大遅延時間 N_r の受信信号から一括して超分解能時間遅延推定処理を行う．このパルス繰返し時間に相当するチップ数 N_r は，一般の距離推定を行う L-PRF (Low Pulse Repetition Frequency) レーダでは大きな値であり全域一括処理法では超分解能処理の演算負荷が極めて大きなものとなる．

一方，図 2 に提案法における時間ゲート，FFT 処理区間と受信信号の関係を示す．図 2 において， N_d は提案法における時間ゲート (time gate) を 1 チップで規格化したときの総数を表している．提案法では，処理負荷の低減を図るため，観測区間を複数の時間ゲート分割し，各時間ゲートにパルス幅を加えた区間を FFT 処理区間として，FFT による周波数分析を行った後に超分解能処理を時間ゲート数だけ実施する．各 FFT 処理区間における時間ゲートは，その FFT 処理区間内の受信信号を用いて推定すべき時間遅延の範囲を表している．受信信号 (図 2 の黒塗りパルス) は，時間遅延に応じてどこかの FFT 処理区間に入る．そして，FFT 処理区間の開始時刻を基準としての時間遅延が推定され，FFT 処理区間の開始時間を加算してパルス送信時刻を基準とする時間遅延が推定される．図 2 では 2 番目の FFT 処理区間に受信信号が入り，時間遅延 τ_1 (τ_1 は式 (1) ~ (4) の τ にあたる) が推定され，これに 2 番目の FFT 処理区間の開始時間 (initial time of FFT processing interval #2) を加

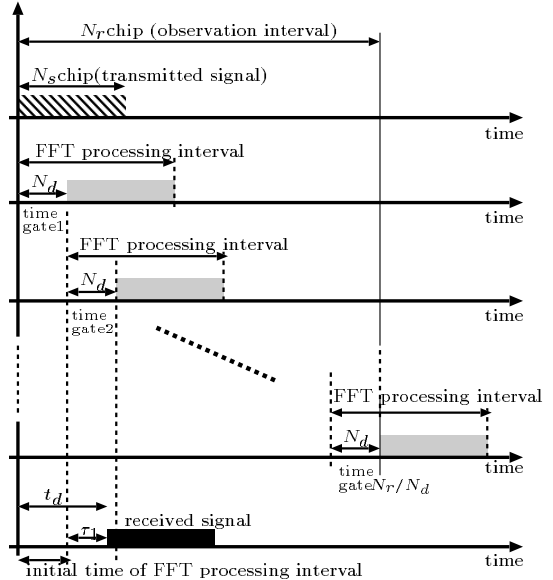


図 2 提案法における時間ゲート，FFT 処理区間と受信信号の関係
Fig. 2 Relationship among the time gate, FFT processing interval and received signal.

算すると時間遅延 t_d が求まる状況を表している．提案法では，各 FFT 処理区間が従来の全域一括処理に比べ短いのが特長である．

3.1 提案法の処理

提案法の処理ブロック図を図 3 に示す．送信信号である符号変調信号 $s_1, \dots, s_{N_d+N_s}$ に FFT 処理を施し参照信号スペクトル $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{N_d+N_s}$ (式 (4) の $S(f)$) を準備しておく．

① 距離ゲートごと信号切出し (sliding)

受信信号を図 2 に示すような FFT 処理区間ごとに分割する． l 番目の時間ゲートを含む FFT 処理区間の受信信号を $z_{1,l}, \dots, z_{hN_d+hN_s,l}$ と表す．受信信号として K_l 個の目標からの反射波がこの時間ゲート内に多重しているものとする．これら反射波の時間遅延をそれぞれ $\tau_1, \dots, \tau_{K_l}$ とする． h はオーバーサンプリング比である．オーバーサンプリング比 h はサンプリング周波数 B_{sample} とチップレート B_{chip} により次式で表される．

$$h = \frac{B_{sample}}{B_{chip}} \quad (5)$$

以下， l 番目の時間ゲートを含む FFT 処理区間の受信信号 $z_{1,l}, \dots, z_{hN_d+hN_s,l}$ の処理に限定して説明する．

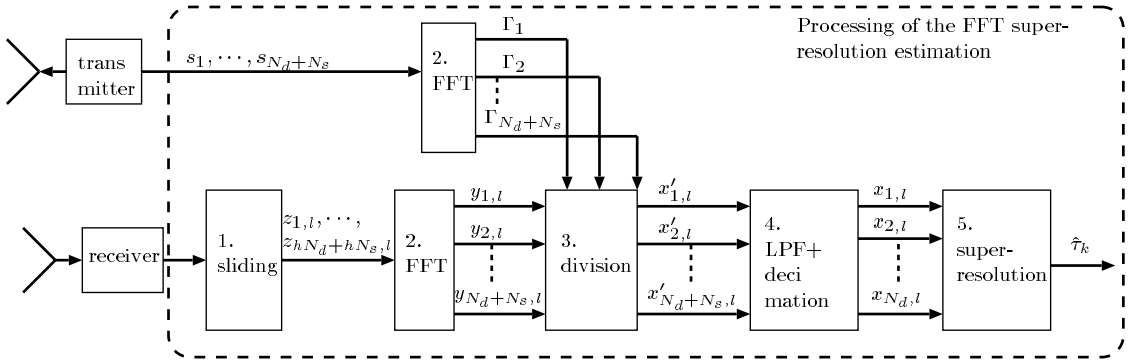


図3 提案法の処理ブロック
Fig. 3 Block diagram of the proposed method.

② 周波数分析 (FFT)

受信信号に対し FFT 処理を施して受信信号スペクトル $y_{01,l}, \dots, y_{0hN_d+hN_s,l}$ (式 (4) の $U(f)$) を生成する. 受信信号スペクトル成分 $y_{0(hN_d+hN_s)/2,l}$ が周波数零成分を表すものとする. $\text{floor} [(N_r + N_s)/2]$ を $(N_s + N_r)/2$ の小数点以下を切り捨てる関数を表すとして, 次式により受信機帯域の受信信号スペクトル $y_{1,l}, \dots, y_{N_d+N_s,l}$ を生成する.

$$y_{i,l} = y_{0N_{ini}+i,l} \quad (1 \leq i \leq N_d + N_s) \quad (6)$$

$$N_{ini} = \frac{(hN_r + hN_s)}{2} - \text{floor} [(N_r + N_s)/2] \quad (7)$$

③ 除算 (division)

受信信号スペクトル $y_{1,l}, \dots, y_{N_d+N_s,l}$ を参照信号スペクトル $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{N_d+N_s}$ で除算して除算信号 $x'_{1,l}, \dots, x'_{N_d+N_s,l}$ (式 (4) の $x(f)$) を生成する.

$$x'_{i,l} = \frac{y_{i,l}}{\Gamma_i} \quad (1 \leq i \leq N_d + N_s) \quad (8)$$

④ 低域通過フィルタ + デシメーション (LPF+decimation)

時間ゲート範囲の時間遅延にて受信された信号成分のみに制限する処理が行われる. 前述したように除算信号 $x'_{1,l}, \dots, x'_{N_d+N_s,l}$ に含まれる目標信号成分は周期が $\frac{1}{\tau}$ の正弦波信号となることを考慮すると, 各時間ゲートの最大値を限定したことで正弦波信号の周期がある値より大きくなることはいえる. そこで, 式 (9) に示す FIR (Finite Impulse Response) フィルタを用いた帯域制限とデシメーション (いわゆる間引き) を行う.

$$x_{i,l} = \sum_{i'=1}^{N_{deci}} w_{i'} x'_{(i-1)N_{deci}+i',l} \quad (9)$$

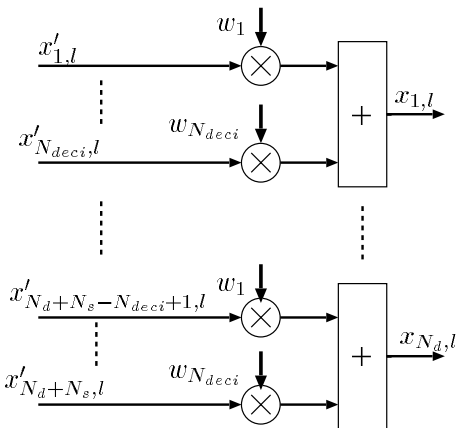


図4 デシメーション処理の内部構成
Fig. 4 Decimation processing.

$$N_{deci} = \text{floor} \left[\frac{N_d + N_s}{N_d} \right] \quad (10)$$

図4にデシメーション処理の内部構成を示す. こうして, 時間遅延が l 番目の時間ゲート範囲の信号成分のみに制限され, S/N の改善と以降の時間遅延推定における相関行列の次元を低減することができる.

⑤ 超分解能処理 (super-resolution)

除算信号の波形周期を超分解能処理 (super-resolution) で推定する. 4. の計算機シミュレーションでは, 超分解能法の一例として ESPRIT [5] と最ゆう推定処理 [8], [9] を採用した評価を行う. 以下では, ESPRIT と最ゆう推定処理を用いた場合の処理を述べる.

除算信号 $x_{1,l}, \dots, x_{N_d,l}$ から ESPRIT を用いて, 時間遅延 $\tau_1, \dots, \tau_{K_l}$ を推定する方法を以下に説明する. 以下に示す式 (11) により相関行列 R_l を求める [6], [7].

式 (11) で $x_{i,l}^H$ はベクトル $x_{i,l}$ の共役転置を表す。また、 M は相関行列 R_l の次元を表す。 $N_d - M + 1$ はスムージング回数である。 $R_{0,l}^*$ は相関行列 $R_{0,l}$ の各要素の共役をとった行列を表す。

$$R_l = \frac{1}{2} (R_{0,l} + H_M R_{0,l}^* H_M) \quad (11)$$

$$R_{0,l} = \sum_{i=1}^{N_d-M+1} x_{i,l} x_{i,l}^H \quad (12)$$

$$x_{i,l} = [x_{i,l} \ x_{i+1,l} \ \cdots \ x_{i+M-1,l}]^T \quad (13)$$

$$H_M = \begin{cases} 1 & (i+k = M+1) \\ 0 & (i+k \neq M+1) \end{cases} \quad (14)$$

相関行列 R_l の固有値の中でスレッシュホールド Th よりも大きいものを調べる。この個数を K_l とし目標数とする。行列 E_l' と行列 E_l'' を求める。

$$E_l' = J_1 E_l \quad (15)$$

$$E_l'' = J_2 E_l \quad (16)$$

ここで、 E_l は相関行列 R_l の上位 K_l 個の固有値に対応する固有ベクトルを列ベクトルとする M 行 K_l 列の行列、 J_1 と J_2 は次式で定義される $M - 1$ 行 M 列の行列を表している。

$$J_1(i, k) = \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases} \quad (17)$$

$$J_2(i, k) = \begin{cases} 1 & (i + 1 = k) \\ 0 & (i + 1 \neq k) \end{cases} \quad (18)$$

そして、値の大きい上位目標数個の固有値の偏角からそれぞれ目標の時間遅延を推定できる行列 Ψ_l を算出する。

$$\Psi_l = (E_l'^H E_l')^{-1} E_l'^H E_l'' \quad (19)$$

更に、 k_l ($1 \leq k_l \leq K_l$) 番目の目標の時間遅延推定値 $\hat{\tau}_{k_l}$ を算出する。

$$\hat{\tau}_{k_l} = \frac{1}{2\pi\Delta f} \arg[\nu_\Psi(k_l)] \quad (20)$$

$$\Delta f = \frac{N_{dec} B_{chip}}{N_d + N_s} \quad (21)$$

ここで、 $\nu_\Psi(k_l)$ は行列 Ψ_l の k_l 番目の固有値であり、 $\arg[\nu_\Psi(k_l)]$ はその偏角である。

同様に、最よう推定処理を用いて時間遅延

$\tau_1, \dots, \tau_{K_l}$ の推定値 $\hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_{K_l}$ を求める方法を以下に示す。次式により相関行列 Q_l を算出する。

$$Q_l = q_l q_l^H \quad (22)$$

$$q_l = [x_{1,l} \ x_{2,l} \ \cdots \ x_{N_d,l}]^T \quad (23)$$

次式により時間遅延推定値 $\hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_{K_l}$ を求める。時間遅延 $\hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_{K_l}$ を $0 \leq \tau_{k_l} \leq N_d/B_{chip}$ の範囲で探索する。ここで、 B_{chip} はチップレートを表す。探索はチップ幅 $1/B_{chip}$ よりも短い刻み幅で行う。チップ幅の分割数を N_Δ とするとき、探索刻み幅は $1/(N_\Delta B_{chip})$ となる。次式で τ_{k_l} ($1 \leq k_l \leq K_l$) は k_l 番目の目標の時間遅延を表す。

$$[\hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_{K_l}] = \max_{\tau_1, \dots, \tau_{K_l}} \text{trace} \left\{ A_l (A_l^H A_l)^{-1} A_l^H Q_l \right\} \quad (24)$$

$$A_l = [a(\tau_1) \ a(\tau_2) \ \cdots \ a(\tau_{K_l})] \quad (25)$$

$$a(\tau_{k_l}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(-j2\pi \frac{1}{N_d} B_{chip} \tau_{k_l}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-j2\pi \frac{N_d-1}{N_d} B_{chip} \tau_{k_l}\right) \end{bmatrix} \quad (26)$$

3.2 処理演算量の比較

本節では、超分解能処理に ESPRIT を用いた全域一括処理法と提案法の処理演算量に関する比較を示す。提案法では、超分解能処理に ESPRIT、または最よう推定を用いたそれぞれの場合についての処理演算量を示す。

① 全域一括処理法 (超分解能処理に ESPRIT を用いた場合)

全域一括処理法では、 N_r 点の FFT 処理を行った後、 $N_r/2$ 次元の相関行列に関して ESPRIT 処理を行うので、処理演算量 (積和演算回数) は次式 (27) である。

$$n_{conv} = n_{fft} + n_{esprit} \quad (27)$$

ここで、 n_{fft} 、 n_{esprit} はそれぞれ N_r 点の FFT と $N_r/2$ 次元の ESPRIT の演算量である。 n_{fft} はオーバーサンプリング比 h を用いて式 (28) により表される。

$$n_{fft} = \frac{1}{2} (hN_r + hN_s) \log_2 (hN_r + hN_s) \quad (28)$$

また、 n_{esprit} は ESPRIT 処理の演算量であり、例えば文献 [10], [11] から下式で表される。

$$n_{esprit} = 3 \left(\frac{N_r + N_s}{2} \right)^3 \quad (29)$$

② 提案法（超分解能処理に ESPRIT を使用した場合）

時間ゲートのチップ数が N_d のとき、時間ゲート数は N_r/N_d 個となり、その各時間ゲートで FFT 処理、デシメーション処理、ESPRIT 処理を行う必要がある。そのため、処理演算量 $n_{proposed}(N_d)$ は次式 (30) により表される。

$$\begin{aligned} n_{proposed}(N_d) &= \frac{N_r}{N_d} \{n_{fft}(N_d) + n_{deci}(N_d) + n_{esprit}(N_d)\} \\ & \quad (30) \end{aligned}$$

ここで、 $n_{fft}(N_d)$ は FFT の処理演算量で次式 (31) により表される。

$$n_{fft}(N_d) = (hN_d + hN_s) \left(\frac{1}{2} \log_2 hN_d + hN_s \right) \quad (31)$$

また、 $n_{deci}(N_d)$ はデシメーション処理の演算量で次式となる。

$$n_{deci}(N_d) = N_d + N_s \quad (32)$$

更に、 $n_{esprit}(N_d)$ は ESPRIT 処理の演算量であり次式 (31) により表される。

$$n_{esprit}(N_d) = 3 \left(\frac{N_d}{2} \right)^3 \quad (33)$$

③ 提案法（超分解能処理に最ゆう推定を使用した場合）

計算量は大きいものの、相関が強い場合などの状況において固有値展開に基づく ESPRIT より推定性能が良いといわれている最ゆう推定法を超分解能処理として用いた場合についても、その演算量を示しておく。

最ゆう推定処理では、すべての時間遅延の組合せに対し、式 (24) にて探索を行う。 $A_l (A_l^H A_l)^{-1} A_l^H$ はすべての時間遅延 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{K_l}$ の組合せに関してあらかじめ算出しておくものとする。 $\text{trace} \left\{ A_l (A_l^H A_l)^{-1} A_l^H \right\}$ の計算は、行列 $A_l (A_l^H A_l)^{-1} A_l^H$ と行列 Q_l がともに N_d 行 N_d 列であり trace 部分のみの演算量は N_d^2 である。次に、時間遅延 τ_{k_l} を $1/(N_\Delta B_{chip})$ の探索刻み幅にて範囲 $0 \leq \tau_{k_l} \leq N_d/B_{chip}$ を、 K_l 個の目標に関して探索

するのに要する、 $\text{trace} \left\{ A_l (A_l^H A_l)^{-1} A_l^H \right\}$ の演算量は $(N_d N_\Delta)^{K_l}$ となる。これより、最ゆう推定法を用いた場合の提案法の処理演算量 $n_{proposed2}(N_d)$ は次式 (34) で表される。

$$\begin{aligned} n_{proposed2}(N_d) &= \frac{N_r}{N_d} \{n_{fft}(N_d) + n_{deci}(N_d) \\ & \quad + n_{likelihood}(N_d, N_\Delta)\} \quad (34) \end{aligned}$$

ここで、 $n_{likelihood}(N_d, N_\Delta)$ は最ゆう推定処理に要する処理演算量を表す。

$$n_{likelihood}(N_d, N_\Delta) = (N_\Delta N_d)^{K_l} N_d^2 \quad (35)$$

4. 計算機シミュレーション

本章では、提案法の処理負荷の比較評価と、一つの距離ゲートに着目した多重波の時間遅延推定の基本性能、すなわち 2 目標時の時間遅延推定精度の信号対雑音電力比 (S/N) 依存性を評価する。

4.1 設定パラメータ

計算機シミュレーションでは、以下のパラメータを採用する。

- ・送信パルス：既知のランダム 2 値符号変調 (BPSK)
- ・パルス符号長 N_s : 256 チップ
- ・サンプリング周波数 B_{sample} : BPSK 変調のチップレート B_{chip} の 2 倍
- ・受信機帯域制限フィルタ：コサインロールオフフィルタ (ロールオフファクタ 0.5)[15]
- ・観測区間 N_r : 1024 チップ
- ・デシメーションフィルタの重み

$$w_{i'} \quad (1 \leq i' \leq N_{deci} = 18) : 1$$

距離ゲート内の目標数は 2 とし、そのパラメータは以下とする。

- ・目標信号 1 の時間遅延：BPSK 変調の 4 チップ (目標の存在する時間ゲートの初期時刻を基準)
- ・目標信号 2 の目標信号 1 に対する時間遅延差：BPSK 変調の 1 チップ, 1/2 チップ
- ・目標信号間の位相差：0 ~ π の一様分布
- ・目標受信パルスのサンプリングタイミング：チップ幅内で一様

上記条件は、近距離レーダを想定しチップレートを 100 MHz とすれば、1 チップ幅に対応する距離、観測

区間はそれぞれ約 1.5 m, 1.5 km である。一方, チッププレートが 2 MHz とすれば, それぞれ約 75 m, 75 km に相当する。

4.2 演算量の比較・評価

提案法と全域一括処理法の演算量を比較・評価した。時間ゲート幅のチップ数 N_d を変数として, 全域一括法の演算量 (式 (30)) を提案法 (ESPRIT を用いた場合) の演算量 (式 (27)) で除算した演算量比 $r_n(N_d)$ を次式 (36) で定義し,

$$r_n(N_d) = \frac{n_{proposed}(N_d)}{n_{conv}} \quad (36)$$

チップ数 N_d と演算量比 $r_n(N_d)$ の関係を図 5(a) に示す。また, 最ゆう推定を用いた場合の演算量比 $r_{n2}(N_d)$ を次式 (37) で定義し,

$$r_{n2}(N_d) = \frac{n_{proposed2}(N_d)}{n_{conv}} \quad (37)$$

チップ数 N_d と演算量比 $r_{n2}(N_d)$ の関係を図 5(b)

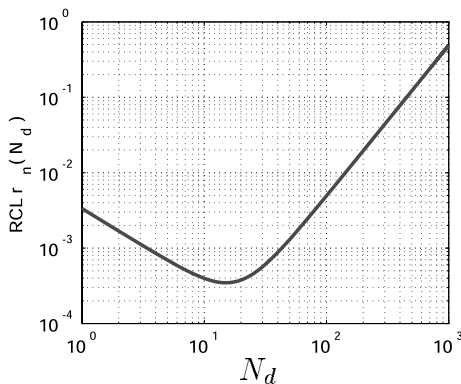
に示す。図 5(a), (b) において, N_r, N_s は上記の $N_r = 1024, N_s = 256$ を用いた。また, 最ゆう推定処理では, 探索刻み幅 $1/(N_\Delta B_{chip})$ として $N_\Delta = 10$ (チップ幅を 10 分割) を用いた場合の演算量を表している。

図 5(a), (b) で, 横軸は時間ゲート幅のチップ数 N_d , 縦軸はそれぞれ演算量比 (RCL: Ratio of Calculation Load) $r_n(N_d), r_{n2}(N_d)$ を表している。図 5(a) の結果より, 時間ゲートのチップ数 $N_d = 15$ のときに, 全域一括処理に比較して提案法の演算量が最も小さくなり, 約 $r_n(15) \cong 1/1000$ 倍にも低減されることが分かる。一方, 図 5(b) の結果より, 最ゆう推定では, $N_d = 2$ のときに全域一括処理に比較して提案法の演算量が最も小さくなり, 約 $r_{n2}(2) \cong 1/200$ であることが分かる。

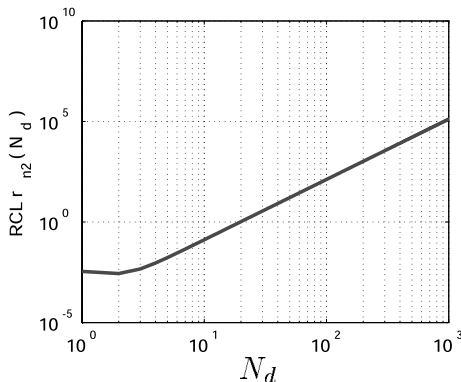
4.3 S/N に対する時間遅延推定誤差の評価

提案法の S/N を変数とした時間遅延推定誤差の関係を評価した。ここで, 時間ゲート数 N_d は図 5(a) の結果より ESPRIT の演算量が最も小さくなる 15 を採用した。なお, 時間遅延推定精度を同じ条件で比較するために, 最ゆう推定処理における時間ゲート数も ESPRIT 処理のゲート数に合わせて 15 を用いた。また, 最ゆう推定では, 十分高い時間遅延推定精度が得られる探索刻み幅 $1/(N_\Delta B_{chip})$ を適宜設定し精度評価を行っている。デシメーションフィルタ点数 N_{deci} を式 (8) より 18 とした。また, デシメーションフィルタの相関行列の点数 M を時間ゲート数 $N_d = 15$ の約半数の 8 とした。

時間遅延推定精度の評価結果を図 6 と図 7 に示す。図 6 は 2 目標の時間遅延差が 0.5 チップの場合, 図 7 は時間遅延差が 1 チップの場合の結果を表す。各図で横軸は S/N [dB], 縦軸はチップ幅で正規化した推定値の真値に対する誤差 (RMSE) を対数スケールで表示したものである。各図の (a), (b) はそれぞれ目標信号 1, 目標信号 2 の推定誤差である。図 6, 図 7 において実線は超分解能処理に ESPRIT を用いた場合, 破線は最ゆう推定法を用いた場合の評価結果である。シミュレーション回数は 100 としてその平均を用いた。また, 太線は受信機のコサインロールオフフィルタのロールオフ率 α を計算機シミュレーションと同一条件 ($\alpha = 0.5$) としたときのクラメル・ラオ限界 CRB (Cramer-Rao Bound) を表す (付録参照)。図 6 の結果から, 設定した S/N 値の範囲において, それぞれの時間遅延推定誤差として約 0.1 チップ幅から 0.01 チップ



(a) Results of ESPRIT



(b) Results of maximum likelihood

図 5 演算量の比

Fig. 5 Ratio of calculation load.

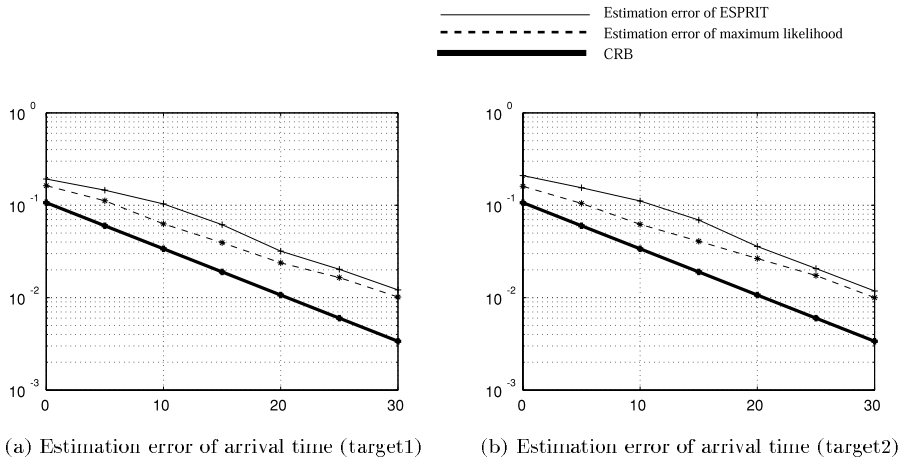


図 6 S/N に対する時間遅延推定誤差の関係 (時間遅延差 0.5 チップ)
 Fig. 6 Relationship between S/N and estimation error of arrival time. (difference of the arrival time is 0.5 chip width)

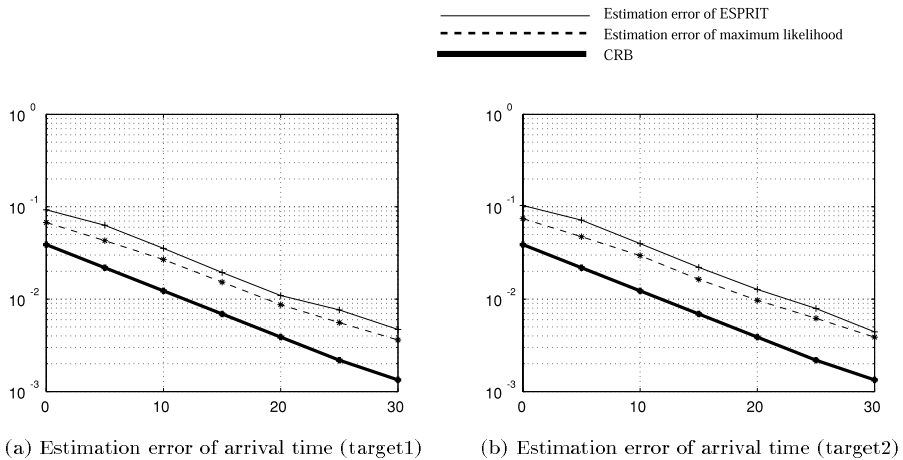


図 7 S/N に対する時間遅延推定誤差の関係 (時間遅延差 1.0 チップ)
 Fig. 7 Relationship between S/N and estimation error of arrival time. (difference of the arrival time is 1.0 chip width)

プが得られることが分かる。例えば、時間遅延差が 0.5 チップの場合、比較的低 S/N である $S/N = 5$ dB において ESPRIT を用いた場合、目標 1、目標 2 とともにその各時間遅延の推定精度は約 0.15 チップ程度、最よう推定を用いた場合で約 0.1 チップ程度が得られた。ESPRIT の推定誤差は CRB の約 2~3 倍であり、最よう推定の推定誤差は約 2 倍であった。図 5 の結果より、最よう推定法の処理負荷を最小とする時間ゲートのチップ数 N_d は、2 目標分離を可能とする条件下で 3 であり、 $N_d = 3$ のときの ESPRIT の推定精度と最よう推定法の推定精度を比較した。その結果、図 6、

図 7 の結果と同様に ESPRIT の推定精度が最よう推定法の推定精度の約 1~1.5 倍程度得られた。一例として、 $S/N = 15$ dB のとき、最よう推定法は 0.08 チップ幅の推定誤差、ESPRIT では 0.09 チップ幅の推定誤差となった。また、最よう推定法においても CRB の 2 倍の値となった主な原因として、FFT 超分解能法特有の微小値で除算したときに生ずるスパイク雑音による S/N の低下の影響が考えられる。このことを調べるため、図 6、図 7 の S/N 範囲 (0~30 dB) で除算前の S/N に対する除算後の S/N の差を求めた結果、いずれも約 -8dB であった。図 6、図 7 より、こ

の -8 dB は、同一の推定誤差に対する CRB の S/N と最ゆう推定法の S/N の差にほぼ相当している。最ゆう推定法での推定精度が CRB と同様の特性を有すると仮定すると、その推定精度は $(S/N)^{-0.5}$ に比例する。8 dB の S/N 低下に起因して発生する推定誤差は CRB の約 2 倍であり、上記推定精度の特性と一致する。

推定精度は S/N に対しおよそ $-1/2$ 乗の特性であることが分かる。 S/N 値が小さい $S/N = 0$ dB のとき、 $-1/2$ 乗の特性からずれているが、2 目標の時間遅延がともに中間時間遅延値 $(\tau_{1,l} + \tau_{2,l})/2$ と推定される場合が多く発生したためと思われる。

なお、上記 ESPRIT を用いた提案法の結果は、同様に超分解能処理に ESPRIT を用いた全域一括処理法の結果と同程度であることも確認している。一例として、時間遅延差 0.5 チップ、 $S/N = 10$ dB において、目標信号 1 の推定誤差は、提案法では 0.10 チップ、全域一括処理法では 0.09 チップであった。

一方、超分解能処理としてともに ESPRIT を用いた場合の提案法と全域一括処理法での相関行列の次元を等しくした場合は、全域一括処理法では時間遅延推定精度の劣化が予想される。全域一括処理法では、周波数軸上の除算信号には周期の小さい（すなわち大きな時間遅延の）信号が含まれておりデシメーションを行うことができず、相関行列の次元低減は周波数軸上の除算信号の切出しスペクトル範囲を短くすることにて実現される。このとき、除算信号の周期推定の精度は上記制限された周波数軸上のスペクトル範囲に相当する値となるため、提案法に比較して時間遅延推定精度が劣化するものと思われる。一例として、 $S/N = 10$ dB として推定精度を計算機シミュレーションにより比較した結果、1 チップ幅相当の時間遅延差の状況において、処理負荷を同一とする場合全域一括処理法は推定誤差が約 10 倍となった。

ESPRIT が最ゆう推定法より悪い値となった原因は、スムージングによる多重波の相関低減効果の制約によるものと思われる。そこで、超分解能処理における相関抑圧のレベルを、式 (38) で定義する相関抑圧比 γ を用いて調べた。

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{P_1(1,2)}{P_1(1,1)} \right| + \left| \frac{P_1(1,2)}{P_1(2,2)} \right| \right) \quad (38)$$

式 (38) で、 $P_1(i, k)$ は次式 (39) で算出される信号相関行列 P_1 の i 行 k 列成分を表す。次式 (39) で、 $R_{s,1}$

は雑音がないときの式 (11) の相関行列、行列 A_1 は式 (25) で算出される行列である。

$$P_1 = (A_1^H A_1)^{-1} A_1^H R_{s,1} A_1 (A_1^H A_1)^{-1} \quad (39)$$

その結果、時間遅延差 0.5 チップのとき 0.56、時間遅延差 1 チップのとき 0.38 が得られた。

5. む す び

本論文では、低計算負荷にて所要の観測区間内での多重波の時間遅延差を推定可能とする、時間ゲートと周波数軸上の低域通過フィルタを用いた FFT-超分解能時間遅延推定法を提案した。

提案法では、観測区間を複数の時間ゲートに分割することで、ゲート幅を超える大きな時間遅延差の多重波を弁別するとともに、除算信号の波形周期が大きいものに限定されることから周波数軸上で低域通過フィルタを適用することで距離ゲート間の干渉抑圧し、かつデシメーションにより超分解能処理の次元低減による計算量の削減が可能となる。

一例として、256 点ランダム符号系列を用いて 1024 チップ範囲を観測区間とするパラメータにおいて、時間ゲートとして各時間ゲートを 15 チップとすることで、性能が低下することなく全域一括処理法の約 1/1000 に演算量（積和演算回数）が低減されることを示した。

計算機シミュレーションによる時間遅延推定精度評価の結果、時間遅延差が 0.5 チップの 2 目標環境において、比較的低 S/N である $S/N = 5$ dB の場合において各目標ともにその時間遅延の推定精度として約 0.15 チップ程度が得られた。

今後は、時間ゲート間の干渉抑圧性能の検証を行うとともに、目標との相対速度によるドップラーシフトがある場合の評価と対策について検討する予定である。

文 献

- [1] 稲葉敬之, 荒木純道, “マルチパス環境での空間・周波数最大比合成法,” 信学論 (B), vol. J85-B, no.12, pp.2280–2289, Dec. 2002.
- [2] 中原秀樹, 小山卓哉, 菊間信良, 稲垣直樹, “FFT-MUSIC 法と FFT 演算型相関法の多重波伝播遅延時間分解能の比較検討,” 1995 信学総大, B-25, 1995.
- [3] 中原秀樹, 小山卓哉, 菊間信良, 稲垣直樹, “FFT-MUSIC 法の伝搬遅延時間分解能に対する周波数偏差の影響,” 1995 信学ソ大 (通信), B-10, 1995.
- [4] 辻井重男, デジタル信号処理の基礎, 電子情報通信学会 (編), 1988.
- [5] R.H. Roy and T. Kailath, “ESPRIT - Estimation of signal parameter via rotational invariance tech-

- niques," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.37, no.7, pp.984-995, July 1989.
- [6] T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol. ASSP-33, no.4, pp.806-811, Aug. 1985.
- [7] R.T. Williams, S. Prasad, A.K. Mahalarabis, and L.H. Sibul, "An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.36, no.4, pp.425-432, April 1988.
- [8] 稲葉敬之, 柳沢 基, 荒木純道, "車載用レーダのための2段階測角方式," 信学論 (B), vol. J86-B, no.8, pp.1652-1658, Aug. 2003.
- [9] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.36, no.10, pp.1553-1560, Oct. 1988.
- [10] N. Tayem and M.K. Kwon, "L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.53, no.5, pp.1622-1630, May 2005.
- [11] 山本有作, 猪貝光祥, 直野 健, "共有メモリ型並列計機向けの高並列固有ベクトル解法と SR8000 での評価," 情処学論, vol.42, no.4, pp.771-778, 2001.
- [12] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," IEEE Trans. Signal Process., vol.37, no.5, pp.720-741, May 1989.
- [13] S.F. Yau and Y. Bresler, "Cramer-Rao bound expression for parametric estimation of superimposed signals," IEEE Trans. Signal Process., vol.40, no.5, pp.1226-1230, May 1992.
- [14] 稲葉敬之, 高田潤一, 荒木純道, 坂本禎治郎, 柳沢 基, "cos θ 振幅応答アンテナを用いた到来方向推定の検討," 信学論 (B), vol. J84-B, no.7, pp.1344-1357, July 2001.
- [15] 唐沢好男, デジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2004.

付 録

クラメル・ラオ限界の導出

4. での計算機シミュレーションにて性能比較基準として用いた時間遅延推定精度のクラメル・ラオ限界値 [12] ~ [14] を以下に導出する。

式 (1) より, 多重波環境での FFT 処理区間の受信信号 $z_i (i = 1, \dots, h(N_r + N_s))$ は, h をオーバーサンプリング比, T_s をサンプリング周期として,

$$z_i = \sum_{k=1}^K \xi_k s(T_s i - \tau_k) + \zeta_i \quad (\text{A}\cdot 1)$$

と書かれる。ここで, ξ_k, τ_k はそれぞれ k 番目の目標に関する複素定数と時間遅延である。また, ζ_i は白色

の受信機雑音であるとする。ここで, 式 (A.1) をベクトル表記することで,

$$z = \sum_{k=1}^K \xi_k s(\tau_k) + \zeta \quad (\text{A}\cdot 2)$$

$$z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_{hN_r+hN_s}]^T \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$s(\tau_k) = \begin{bmatrix} s(T_s - \tau_k) \\ \vdots \\ s((hN_r + hN_s)T_s - \tau_k) \end{bmatrix}^T \quad (\text{A}\cdot 4)$$

$$\zeta = [\zeta_1 \ \dots \ \zeta_{hN_r+hN_s}]^T \quad (\text{A}\cdot 5)$$

と表される。

次に, 離散フーリエ変換を行う行列 F の k 行 i 列要素 $F(k, i)$ は

$$F(k, i) = \frac{1}{\sqrt{(hN_r + hN_s)}} \times \exp \left[-j2\pi \frac{k - (hN_r + hN_s)/2}{hN_r + hN_s} \right] \times (i - (hN_r + hN_s)/2) \quad (\text{A}\cdot 6)$$

と表される。受信信号の周波数スペクトル $y_0 = [y_{0,1} \ y_{0,2} \ \dots \ y_{0,hN_r+hN_s}]^T$ は, 受信信号ベクトル z に行列 F を左から乗算し,

$$y_0 = Fz = \sum_{k=1}^K \xi_k S_0(\tau_k) + \zeta'_0 \quad (\text{A}\cdot 7)$$

$$\zeta'_0 = F\zeta \quad (\text{A}\cdot 8)$$

$$S_0(\tau_k) = F s(\tau_k) \quad (\text{A}\cdot 9)$$

にて得られる。ここで, 周波数スペクトルの成分 $y_{0,i} (1 \leq i \leq hN_r + hN_s)$ に含まれる雑音の成分 $\zeta'_{0,i}$ の電力値 $E[|\zeta'_{0,i}|^2]$ は, 受信機の帯域制限フィルタ (4. の計算機シミュレーションではコサインロールオフフィルタを使用) の周波数 i に対する振幅値 $g(i)$ の 2 乗に比例するので, 比例定数を σ として,

$$E[|\zeta'_{0,i}|^2] = g^2(i)\sigma \quad (\text{A}\cdot 10)$$

と書かれる。ここで, 比例定数 σ は SN 比を SNR と書くと, 次式で表される。

$$\sigma = \frac{\xi_1^2 S^H(\tau_1) S(\tau_1)}{SNR \sum_{i=1}^{hN_r+hN_s} g^2(i)} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

ここで、受信機の帯域制限フィルタゲイン $g(i)$ は受信機帯域外では無限小であるとして、周波数スペクトルベクトル y_0 のうち、受信機帯域の成分のみを考慮したベクトル y を、

$$y = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{N_r+N_s}]^T \quad (\text{A}\cdot 12)$$

$$N_{ini} = \text{floor} [(h-1)(N_r + N_s)/2] \quad (\text{A}\cdot 13)$$

$$y_i = y_{0, N_{ini}+i} \quad (\text{A}\cdot 14)$$

とする。ここで、 $\text{floor}[\]$ は $(h-1)(N_r + N_s)/2$ の小数点以下を切り捨てる関数を表す。上記を考慮すると、 $S(\tau_k)$ をベクトル $S_0(\tau_k)$ のうち受信機帯域内の $N_{ini} + 1$ 成分から $N_{ini} + N_r + N_s$ 成分を取り出して生成したベクトルであるとして、式 (A・7) は、

$$y_0 = \sum_{k=1}^K \xi_k S(\tau_k) + \zeta' \quad (\text{A}\cdot 15)$$

と書かれる。ここで、 ζ' はベクトル ζ'_0 の $N_{ini} + 1$ 成分から $N_{ini} + N_r + N_s$ 成分を取り出して生成したベクトルである。受信機雑音は正規分布に従って変動していると仮定し、ベクトル ζ' の成分を、

$$\zeta' = [\zeta'_1 \ \zeta'_2 \ \cdots \ \zeta'_{N_r+N_s}]^T \quad (\text{A}\cdot 16)$$

と表すと、その周波数スペクトル $\zeta'_1 \ \zeta'_2 \ \cdots \ \zeta'_{N_r+N_s}$ も正規分布に従って変動する。すなわち、受信機雑音スペクトル $\zeta'_1, \zeta'_2, \dots, \zeta'_{N_r+N_s}$ の確率密度関数 $p_{F\zeta}(\zeta'_1, \zeta'_2, \dots, \zeta'_{N_r+N_s})$ は次式により表される。

$$p_{F\zeta}(\zeta'_1, \zeta'_2, \dots, \zeta'_{N_r+N_s}) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2\sigma} \zeta'^H \Lambda^{-2} \zeta'\right]}{(2\pi)^{N_r+N_s} \sqrt{\det|\Lambda|^2 \sigma^{2N_r+2N_s}}} \quad (\text{A}\cdot 17)$$

$$\Lambda = \text{diag}[g(N_{ini} + 1), \dots, g(N_{ini} + N_r + N_s)] \quad (\text{A}\cdot 18)$$

式 (A・1) と式 (A・17) より、未知パラメータ (雑音電力を定める比例定数 σ , 時間遅延 τ_1, \dots, τ_K , 複素定数 ξ_1, \dots, ξ_K) に関する式 (A・19) に示す対数ゆ度関数が得られる。

$$L(y_1, \dots, y_{N_r+N_s} | \theta) = C_0 + (N_r + N_s) \ln(\sigma) - \frac{1}{\sigma} e^H e \quad (\text{A}\cdot 19)$$

$$\theta = (\sigma, \xi_{1.re}, \xi_{1.im}, \dots, \xi_{K.re}, \xi_{K.im}, \tau_1, \dots, \tau_K) \quad (\text{A}\cdot 20)$$

$$e = \Lambda^{-1} y - \sum_{k=1}^K \xi_k \Lambda^{-1} S(\tau_k) \quad (\text{A}\cdot 21)$$

本付録の導出対象である時間遅延の推定に関するクラメル・ラオ限界は、上記対数ゆ度関数をもとに算出される。式 (A・19) で $\xi_{k.re}$ は複素係数 ξ_k の実部、 $\xi_{k.im}$ は虚部、 C_0 は未知パラメータに依存しない定数をそれぞれ表す。式 (A・19) の $\Lambda^{-1} y$ は、ベクトル A を用いて、式 (3) の関係より次式で表される。

$$\Lambda^{-1} y = A \xi + \Lambda^{-1} \zeta_f \quad (\text{A}\cdot 22)$$

ここで、 Δf を周波数分解能とし $\tau_k = 0$ のベクトル $S(0)$ を

$$S(0) = \begin{bmatrix} S((-N'_{ini} + 1) \Delta f) \\ \vdots \\ S((-N'_{ini} + N_r + N_s) \Delta f) \end{bmatrix} \quad (\text{A}\cdot 23)$$

として、行列 $S(\tau_k)$ は

$$S(\tau_k) = \begin{bmatrix} S((-N'_{ini} + 1) \Delta f) \times \exp[-j2\pi(-N'_{ini} + 1)\Delta f \tau_k] \\ \vdots \\ S((-N'_{ini} + N_r + N_s) \Delta f) \times \exp[-j2\pi(-N'_{ini} + N_r + N_s)\Delta f \tau_k] \end{bmatrix} \quad (\text{A}\cdot 24)$$

と書かれる。式 (A・24) より、行列 A は、

$$A = [\Lambda^{-1} S(\tau_1) \ \cdots \ \Lambda^{-1} S(\tau_K)] \quad (\text{A}\cdot 25)$$

である。式 (A・22) の関係より、帯域制限された信号を用いた時間遅延推定のクラメル・ラオ限界は次式により表される [12]。

$$CRB = \left[\frac{\sigma}{2} \{\text{Re}(C \odot P)\}^{-1} \right] \quad (\text{A}\cdot 26)$$

$$C = D^H D - D^H A (A^H A)^{-1} A^H D \quad (\text{A}\cdot 27)$$

$$D = [d(\tau_1) \ \cdots \ d(\tau_K)] \quad (\text{A}\cdot 28)$$

$$P = \xi \xi^H \quad (\text{A}\cdot 29)$$

ここで、 \odot は Hadamard product を表す。また、 $\text{Re}(C \odot P)$ は $C \odot P$ の実部を表す。なお、ベクトル $d(\tau_k)$ は式 (A・24) より次式で定義される。

$$\begin{aligned}
 d(\tau_k) &= \left. \frac{\partial \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{S}(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_k} \\
 &= \begin{bmatrix} -j2\pi \frac{-N'_{ini}+1}{g(N'_{ini}+1)} \Delta f S((-N'_{ini}+1) \Delta f) \times \\ \exp[j2\pi(-N'_{ini}+1) \Delta f \tau_k] \\ \vdots \\ -j2\pi \frac{-N'_{ini}+N_r+N_s}{g(N'_{ini}+N_r+N_s)} \times \\ \Delta f S((-N'_{ini}+N_r+N_s) \Delta f) \times \\ \exp[j2\pi(-N'_{ini}+N_r+N_s) \Delta f \tau_k] \end{bmatrix} \\
 &\quad (A.30)
 \end{aligned}$$

(平成 19 年 8 月 22 日受付, 12 月 3 日再受付)



福島 冬樹 (正員)

昭 63 中大・理工・電気卒。平 2 同大学院修士課程了。同年三菱電機(株)入社。レーダ信号処理方式, 追尾処理方式に関する研究開発に従事。現在, 同社情報技術総合研究所勤務。工博。IEEE 会員。



稲葉 敬之 (正員)

昭 56 東工大・理・物理卒。昭 58 同大学院理工学研究科物理学専攻修士課程了。同年, 三菱電機(株)鎌倉製作所入社。現在, 同社情報技術総合研究所に勤務。レーダ信号処理, 超伝導磁気センサ信号処理, アダプティブアレー信号処理の研究開発に従事。工博。平 18 年度本会通ソ論文賞, 2006 IEEE AES Japan-chapter 論文賞, IEEE 会員。